

**Zadatak 1.**

Kompresor koji se obrtao jednako usporeno, umanjio je svoju ugaonu brzinu od  $n_0=14000$  o/min na  $n_1=10\ 000$  o/min, izvršivši pri tome  $N=9000$  obrta vratila. Odrediti vreme u toku koga je izvršeno sniženje ugaone brzine.

**Rešenje:**

Za vreme koje treba odrediti vratilo napravi  $N=9000$  obrta to jest opiše ugao

$$\varphi_T = 2\pi \cdot N = 2\pi \cdot 9000 = 18\ 000\pi$$

Kada su poznate tehničke ugaone brzine ugaone brzine su

$$\omega_0 = \frac{\pi \cdot n_0}{30} = \frac{\pi \cdot 14\ 000}{30} \qquad \omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{\pi \cdot 10\ 000}{30}$$

Kretanje je jednako usporeno, znači da je ugaono usporenje je konstantno

$$\varepsilon = \text{const.} \quad -\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \rightarrow$$

Zakon promene ugaone brzine je

$$\omega = -\varepsilon \int dt + C_1 = -\varepsilon t + \omega_0$$

Zakon promene ugla obrtanja je

$$\varphi = \int (-\varepsilon t + \omega_0) dt + C_1 = -\varepsilon \int t dt + \omega_0 \int dt + C_2 = -\varepsilon \frac{t^2}{2} + \omega_0 t + \varphi_0$$

U posmatranom vremenskom intervalu  $T$

$$\varphi_T = -\varepsilon \frac{T^2}{2} + \omega_0 T$$

$$-\varepsilon = \frac{\omega_1 - \omega_0}{T} \quad \text{pošto je usporenje konstantno}$$

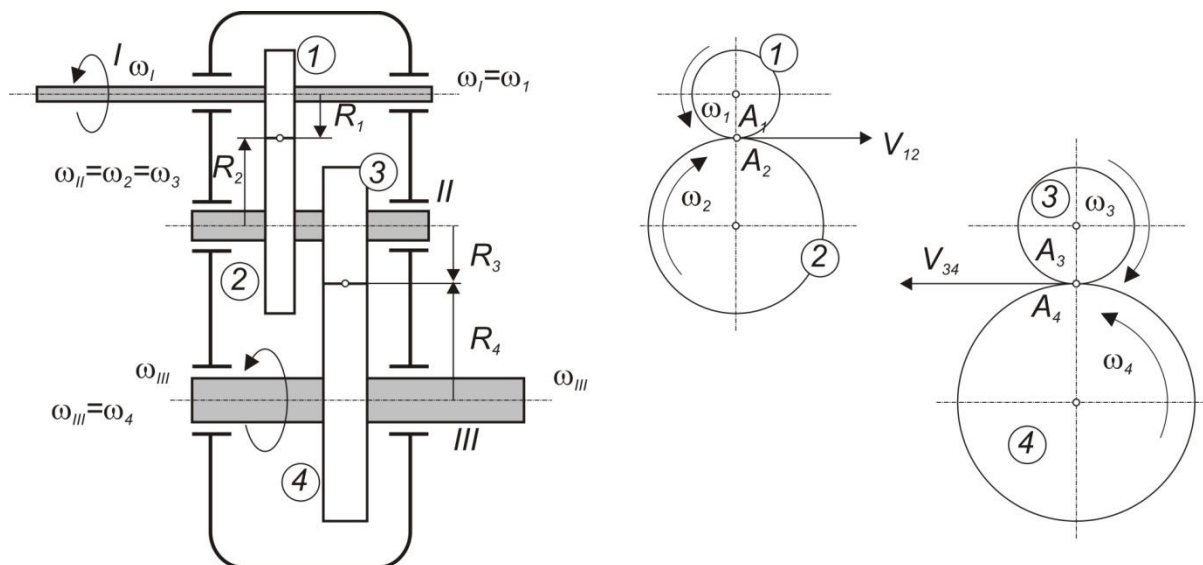
$$\varphi_T = \frac{\omega_1 - \omega_0}{T} \frac{T^2}{2} + \omega_0 T = \frac{\omega_1 T}{2} - \frac{\omega_0 T}{2} + \omega_0 T = \frac{\omega_1 + \omega_0}{2} T$$

$$T = \frac{2\varphi_T}{\omega_1 + \omega_0} = \frac{2 \cdot 18\ 000\pi}{\frac{\pi \cdot 14\ 000}{30} + \frac{\pi \cdot 10\ 000}{30}} = \frac{2 \cdot 18\ 000 \cdot \pi \cdot 30}{\pi \cdot (14\ 000 + 10\ 000)} = 45 \text{ s}$$

**Zadatak 2.**

Odrediti izlaznu ugaonu brzinu dvostepenog reduktora ako je i tehnička ugaona brzina na ulazu  $n_1=1410$ o/min. Zupčanici su čvrsto vezani za vratila. Zupčasti parovi su sa pravim zubima a prenosni odnos prvog zupčastog para je  $i_{12}=52/25$  i modula su  $m=3$ , dok je prenosni odnos drugog para  $i_{34}=67/27$  i modul  $m=5$ .

Osnovno pravilo sprezanja zupčanika je da je obimna brzina u tački sprezanja dva spregnuta zupčanika jednaka. Prenosni odnos predstavlja odnos ugaonih brzina, odnos brojeva zuba odnosno odnose dimenzija jednog i drugog zupčanika.



**Rešenje:**

Po definiciji prenosnog odnosa

$$i_1 = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{52}{25}$$

$$i_2 = \frac{\omega_3}{\omega_4} = \frac{R_4}{R_3} = \frac{n_3}{n_4} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{67}{27}$$

$$i = i_1 \cdot i_2 = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_3}{\omega_4} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_3} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{n_3}{n_4} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = \frac{52}{25} \cdot \frac{67}{27} = 5.16148$$

Ugaona brzina vratila je

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{\pi \cdot 1410}{30} = 147.658$$

$$\omega_1 = \omega_I \quad \omega_2 = \omega_3 = \omega_{II} \quad \omega_4 = \omega_{III}$$

Brzina u tački sprezanja

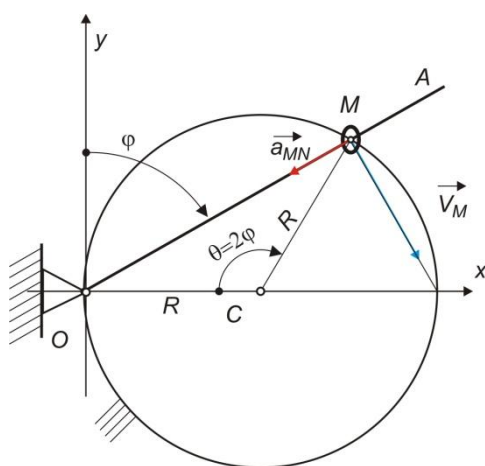
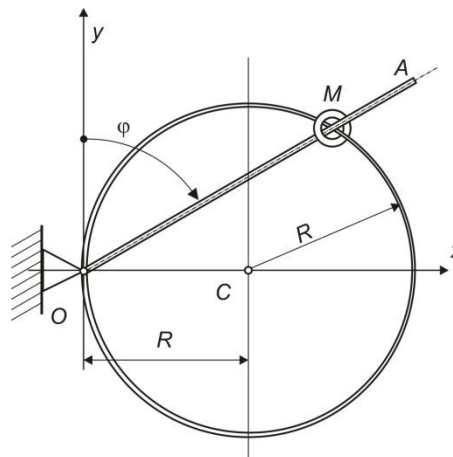
$$V_1 = R_1 \omega_1 = V_2 = R_2 \omega_2 \rightarrow \omega_2 = \frac{R_1}{R_2} \omega_1 = \frac{z_2}{z_1} \omega_1 = \frac{52}{25} \cdot \frac{\pi \cdot 1410}{30} = 70.9879$$

$$V_3 = R_3 \omega_3 = V_4 = R_4 \omega_4 \rightarrow \omega_4 = \frac{R_3}{R_4} \omega_3 = \frac{z_4}{z_3} \cdot \frac{z_2}{z_1} \omega_1$$

$$\omega_4 = \omega_{III} = \frac{52}{25} \cdot \frac{67}{27} \cdot \frac{\pi \cdot 1410}{30} = 28.60706$$

**Zadatak 13.**

Na nepomičnom kružnom obroču, poluprečnika  $R=10\text{cm}$ , nalazi se prsten M kroz koji prolazi poluga  $\overline{OA}$ . Poluga se okreće ravnomerno, u ravni crteža, oko tačke O koja se nalazi na obodu obruča. U početnom trenutku poluga  $\overline{OA}$  je vertikalna, a za vreme od 5 sekundi opiše ugao od  $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ . Odrediti brzinu i ubrzanje tačke M u proizvoljnom trenutku koristeći prirodni koordinatni sistem.



Prsten je geometrijskom vezom prinuđen da se kreće kružno po prstenu oko centra C.

Trougao OCM je jednakokraki pa je treći ugao  $\theta = 180 - 2(90 - \varphi)$ ,

$$\theta = 2\varphi$$

Poluga se okreće ravnomerno pa je

$$\frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi} = \text{const.}$$

$$\dot{\varphi} = \varphi_{SR} = \frac{\varphi_1 - \varphi_0}{t_1 - t_0} = \frac{\frac{\pi}{2}}{5} = \frac{\pi}{10}$$

$$\theta = 2\varphi \rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dt}(2\varphi) = 2 \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} = 2 \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\pi}{5}$$

Prirodna koordinata tačke M pređeni put od O do M

$$\theta = \int \dot{\theta} dt = \int \frac{\pi}{5} dt = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} = 2 \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\pi}{5} t + C_1$$

Kako se ugao menja od vertikalne a od te ose se i meri

$$\text{za } t_0 = 0, \varphi_0 = 0 \rightarrow \theta_0 = 2\varphi_0 = 0 \quad C_1 = 0$$

$$s = \int R\theta dt = \int R \frac{\pi}{5} dt = R \frac{\pi}{5} \int dt = R \frac{\pi}{5} t + C_2$$

Kako se put - koordinata menja od tačke O  $t_0 = 0, s_0 = 0 \rightarrow C_2 = 0$

$$s = R \frac{\pi}{5} t$$

$$\theta = \frac{\pi}{5} t \quad s = R \frac{\pi}{5} t = 10 \frac{\pi}{5} t \text{ cm}$$

$$\dot{\theta} = \frac{\pi}{5} \quad \dot{s} = R \frac{\pi}{5} = 10 \frac{\pi}{5} = 2\pi \text{ cm/s}$$

$$\ddot{\theta} = 0 \quad \ddot{s} = 0$$

Brzina prstena M

$$V_M = \frac{ds}{dt} = \dot{s} = R\dot{\theta} = R \frac{\pi}{5} = 10 \frac{\pi}{5} = 2\pi \text{ cm/s}$$

Ubrzanje prstena M

$$a_{MT} = \frac{d\dot{s}_A}{dt} = \dot{s}_A = R \cdot \ddot{\theta} = 0$$

$$a_{MN} = \frac{v_M^2}{R} = R\dot{\theta}^2 = R \left(\frac{\pi}{5}\right)^2 = \frac{R\pi^2}{25} = \frac{10\pi^2}{25} = \frac{2\pi^2}{5} \text{ cm/s}^2$$

$$a_M = \sqrt{a_{MT}^2 + a_{MN}^2} = \sqrt{0 + \left(\frac{R\pi^2}{25}\right)^2} = \frac{R\pi^2}{25} = \frac{2\pi^2}{5} \text{ cm/s}^2$$