VISOKA TEHNIČKA ŠKOLA
strukovnih studija, Kragujevac

Otpornost materijala

Pregled predavanja i vežbi:

- Na sjtu sajtu škole nalaze se izvodi sa predavanja i vežbi

www.vts.edu.rs

- **studije**
- **Drumski saobraćaj ili mašinstvo**
- **nastavni materijali**
- **MEHANIKA I**

Mehanika 1

Podsećanje:

Statika se temelji na nekoliko postavki – aksioma

1. Aksioma o uravnoteženim silama
2. Aksioma o mehaničkom dejstvu
3. Aksioma o paralelogramu sila
4. Aksioma o dejstvu i protivdejstvu
5. Aksioma o solidifikaciji
6. Aksioma o vezama

Mehanika 1

Podsećanje:

Veze i reakcije veza

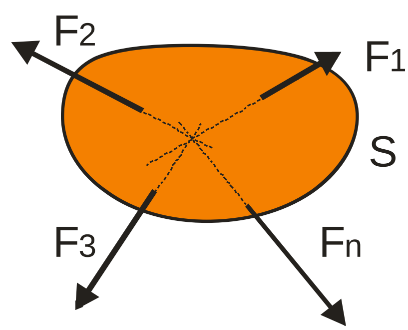
1. Veza užetom
2. Veza glatke površi
3. Veza nepokretnog cilindričnog zgloba
4. Veza pokretnog cilindričnog zgloba
5. Veza sfernim zglobom
6. Veza cilindrične vođice
7. Veza uklještenja
8. Laki štap kao veza

Sistem sučeljnih sila

Geometrijski i analitički način slaganja sila, projekcija sile na osu i na ravan, uslovi ravnoteže

Sistem sučeljnih sila

- Za sistem sila se kaže da je sučeljni ukoliko sile imaju zajedničku napadnu tačku
- Sistem sila koje deluju na telo i napadne linije im se seku u jednoj tački tela



Rezultanta sistema sila

- Ako je dati sistem sila ekvivalentan samo jednoj sili, onda se ta sila zove REZULTANTA SISTEMA SILA
- Sile koje zamenjuje rezultanta sila nazivaju se komponentama

Geometrijsko slaganje dve sučeljne sile

- Pod pojmom slaganja podrazumeva se ODREĐIVANJE REZULTANTE tih sila

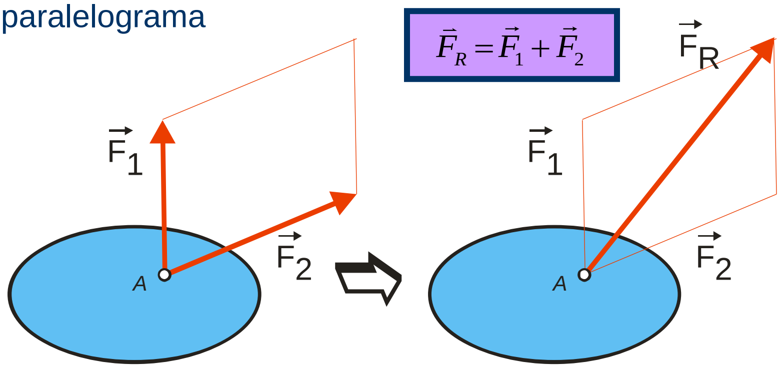
  Geometrijski, rezultanta dve sučeljne sile se može dobiti:
- Formiranjem paralelograma sila
- Formiranjem trougla sila

  Napadna tačka rezultante je presečna tačka sučeljnih sila

Geometrijsko slaganje dve sučeljne sile – PARALELOGRAM SILA

- Kod formiranog paralelograma sila dve sučeljne sile, rezultanta F_R je sila jednaka dijagonali konstruisanog paralelograma

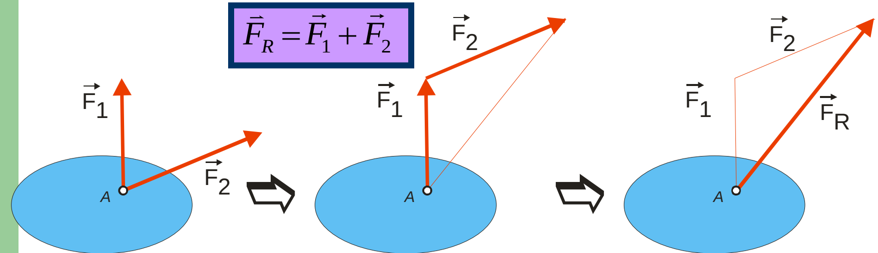
$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$



Geometrijsko slaganje dve sučeljne sile – TROUGAO SILA

- Slaganje sila $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$ može se izvršiti konstrukcijom trougla sila. Na kraj vektora $\vec{F}_1$ nadoveže se početak vektora $\vec{F}_2$. Početak vektora $\vec{F}_1$ definiše početak rezultante, a kraj vektora $\vec{F}_2$ kraj rezultujućeg vektora-REZULTANTE.

$$\boxed{\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2}$$



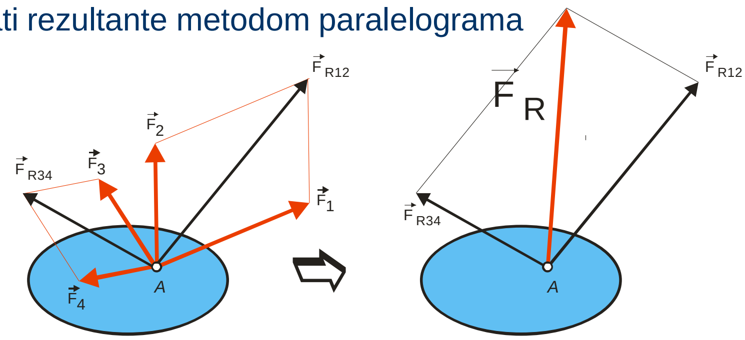
Geometrijsko slaganje ravnog sistema sučeljnih sila

- Određivanje rezultante ravnog sistema sučeljnih sila, svodi se na konstruisanje paralelograma sila za po dve sile, a potom slaganje paralelelogramom sila dobijenih rezultanti po dve sile
- Zbog ovako komplikovanog postupka jednostavnije je korišćenje zakona vektorske algebre

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right) + \left(\vec{F}_3 + \vec{F}_4\right) = \vec{F}_{R12} + \vec{F}_{R34}$$

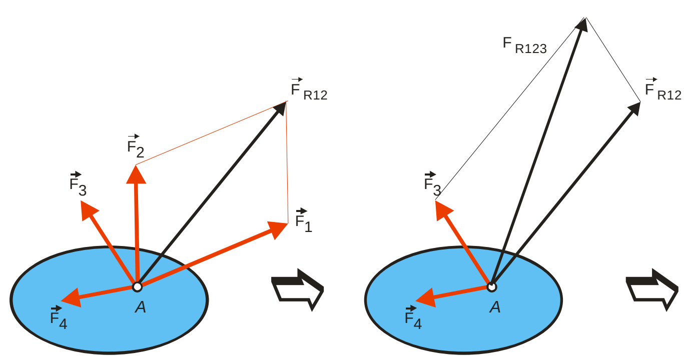
Geometrijsko slaganje ravnog sistema sučeljnih sila paralelogramom sila

- Sabrati dve sile $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$ metodom paralelograma
- Sabrati sile $\vec{F}_3$ i $\vec{F}_4$ metodom paralelograma
- Sabrati rezultante metodom paralelograma



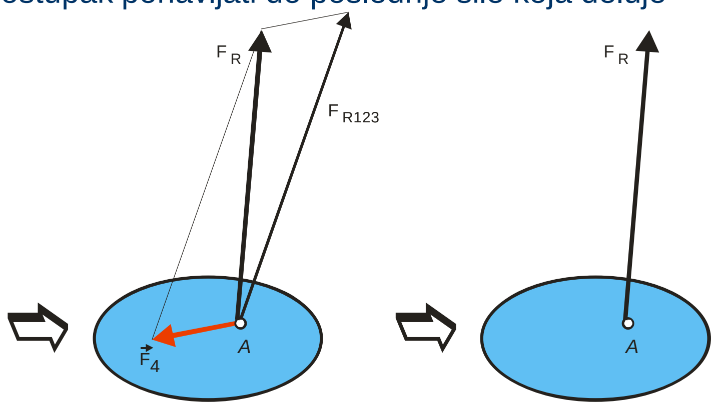
Geometrijsko slaganje ravnog sistema sučeljnih sila paralelogramom sila

- Postupak je moguće izvesti sabiranjem dve sile, pa na njihov rezultat paralelogramom dodati treću silu



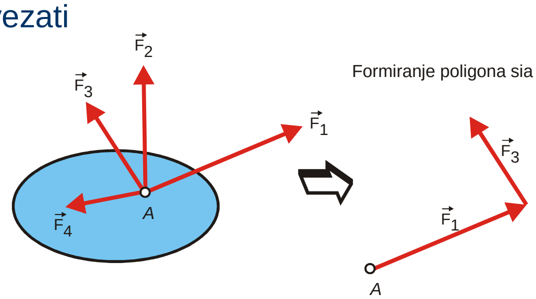
Geometrijsko slaganje ravnog sistema sučeljnih sila paralelogramom sila

- Postupak ponavljati do poslednje sile koja deluje



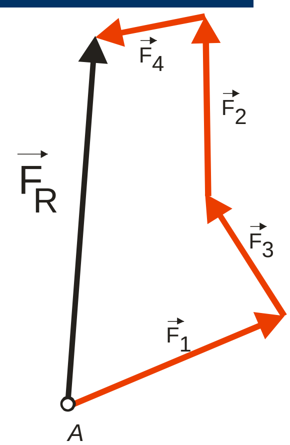
Geometrijsko slaganje ravnog sistema sučeljnih sila formiranjem poligona sila

- Formiranje poligona sila prenošenjem paralelno prve sile
- Na prvu nadovezati sledeću silu i tako ih sve nadovezati



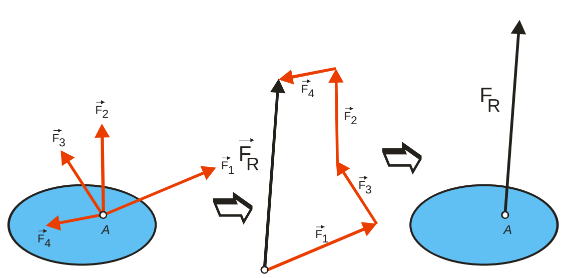
Geometrijsko slaganje ravnog sistema sučeljnih sila formiranjem poligona sila

- Početak prve sile u poligonu čini početak rezultante
- Završetak poslednje nanete sile čini kraj rezultante (kao kod trougla sila)



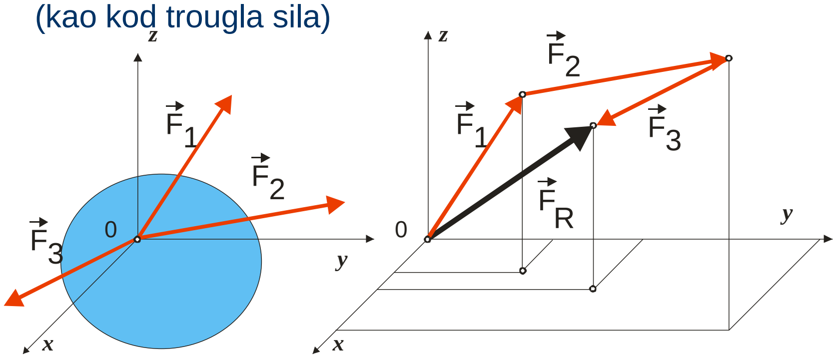
Geometrijsko slaganje ravnog sistema sučeljnih sila formiranjem poligona sila

- Prilikom konstrukcije poligona pravac i smer glavnog vektora – rezultante ne zavisi od redosleda nanošenja
- Dobijenu rezultantu paralelno prenesemo u napadnu tačku A



Geometrijsko slaganje prostornog sistema sučeljnih sila formiranjem poligona sila

- Početak prve sile u poligonu čini početak rezultante
- Završetak poslednje nanete sile čini kraj rezultante (kao kod trougla sila)

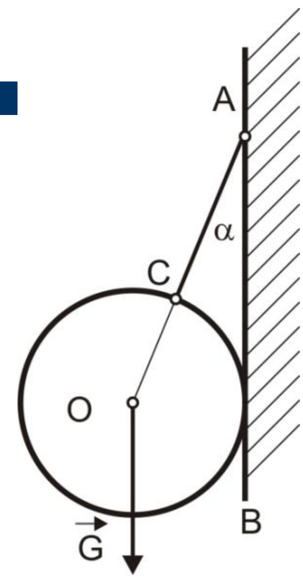


Geometrijski uslov ravnoteže sučeljnih sila

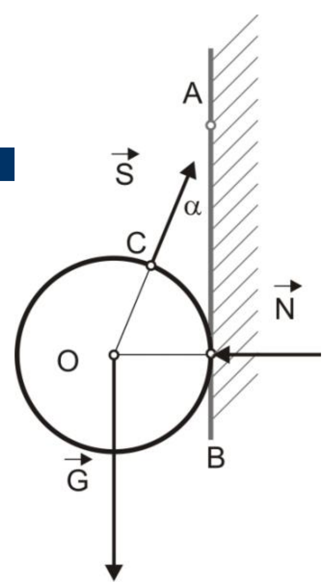
- Rezultanta sistema sučeljnih sila, određena vektorskim zbirom, odnosno završnom stranicom poligona sila konstruisanog od tih sila, jednaka je 0.
- Da bi prostorni, odnosno ravni sistem sučeljnih sila koji deluje na slobodno telo bilo u ravnoteži potrebno je i dovoljno da vektorski (geometrijski) zbir bude jednak nuli,
- odnosno da poligon konstruisan od sučeljnih sila bude zatvoren

Primer

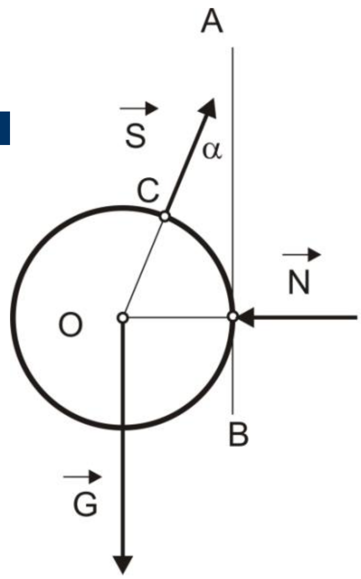
O vertikalni glatki zid AB oslonjena je kugla O, obešena o konac AC. Ugao koji konac zaklapa sa zidom je α, težina kugle je G. Odrediti silu u koncu i pritisak N kugle na zid.

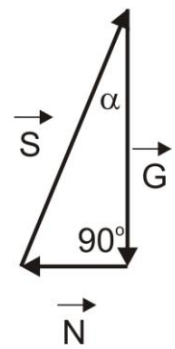


Primer



Primer





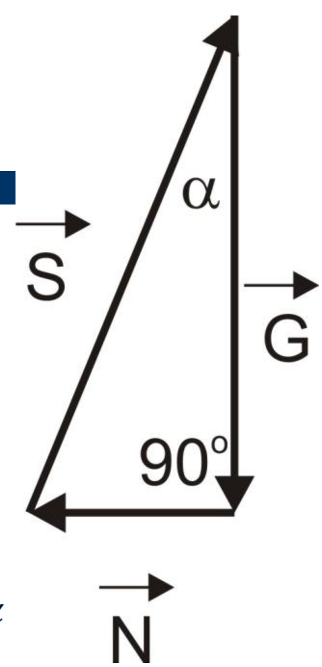
Primer

$$\frac{G}{\sin(90°-\alpha)} = \frac{N}{\sin\alpha} = \frac{S}{\sin 90°}$$

$$\sin 90° = 1; \quad \sin(90° - \alpha) = \cos\alpha$$

$$S = G\frac{\sin 90°}{\sin(90°-\alpha)} = \frac{G}{\cos\alpha}$$

$$N = G\frac{\sin\alpha}{\sin(90°-\alpha)} = G\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = Gtg\alpha$$

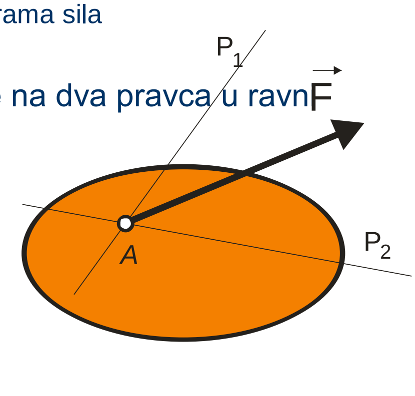


Sistem sučeljnih sila

Razlaganje sile na dva pravca
Projekcija sile na osu
Projekcija sile na ravan
Uslovi ravnoteže

Razlaganje sile na dva pravca

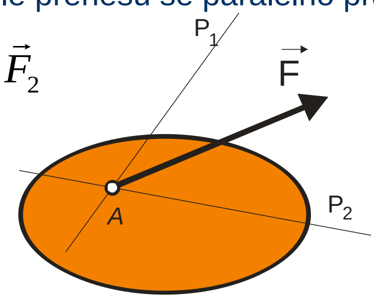
- Obrnuti postupak od slaganja sila je razlaganje sila
- Geometrijsko razlaganje sile na dva pravca u ravni
  - Konstruisanjem paralelograma sila
  - Konstrukcijom trougla sila
- Analitičko razlaganje sile na dva pravca u ravni



Geometrijsko razlaganje sile na dva pravca konstruisanjem paralelograma

- Poznata je sila F i dva pravca na koje je treba razložiti, pravci se seku u zajedničkoj tački sa pravcem napadne linije sile
- Na kraj sile prenesu se paralelno pravci P_1 i P_2

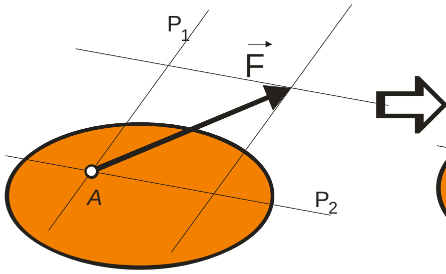
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

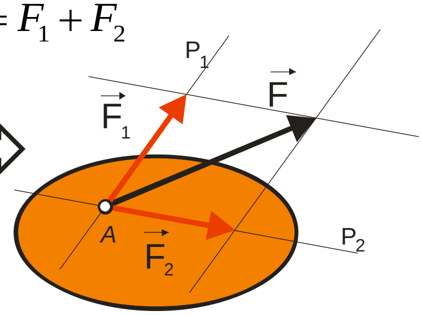


Geometrijsko razlaganje sile na dva pravca konstruisanjem paralelograma

- U konstruisanom paralelogramu dijagonala je poznata sila a strane paralelograma su sile koje se određuju

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

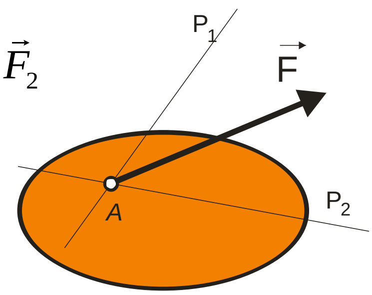




Geometrijsko razlaganje sile na dva pravca u ravni konstruisanjem trougla sila

- Poznata je sila F i dva pravca na koje je treba razložiti, pravci se seku u zajedničkoj tački sa pravcem napadne linije sile

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

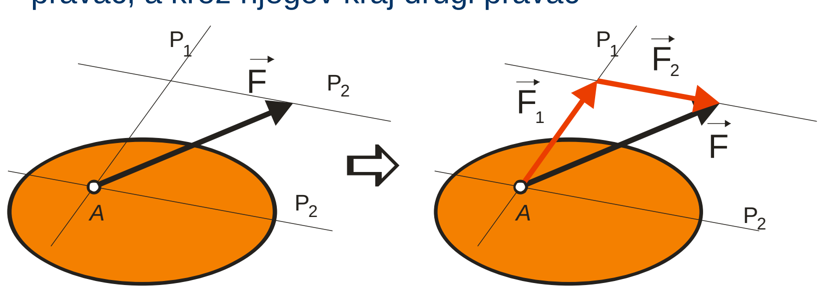


Geometrijsko razlaganje sile na dva pravca u ravni konstruisanjem trougla sila

- Definisanje vektora F_1 i F_2 koji se nadovezuju jedan na drugi

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

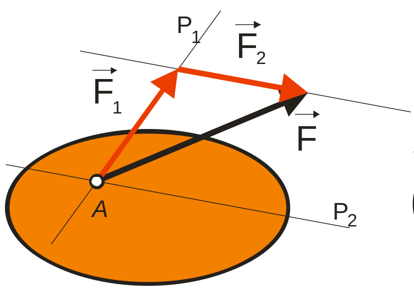
- Kroz početak zadatog vektora povlači se jedan pravac, a kroz njegov kraj drugi pravac

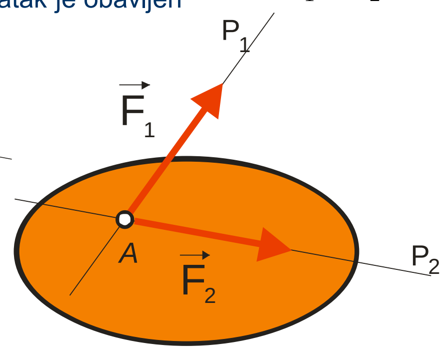


Geometrijsko razlaganje sile na dva pravca u ravni konstruisanjem trougla sila

- Od početka do preseka je jedan traženi vektor, a od preseka pravaca do kraja zadatog vektora drugi vektor
- Vektor F_2 vratimo u tačku A i zadatak je obavljen

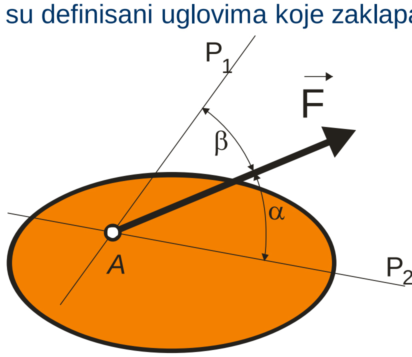
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$





Analitičko razlaganje sile na dva pravca u ravni konstruisanjem trougla sila

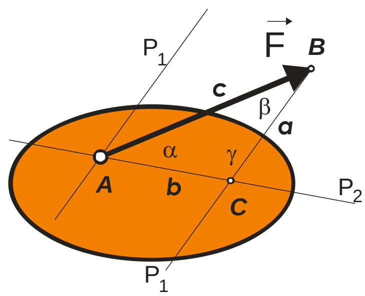
- Poznata je sila F i dva pravca na koje je treba razložiti, pravci se seku u zajedničkoj tački sa pravcem napadne linije sile
- Pravci su definisani uglovima koje zaklapaju sa datom silom



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Analitičko razlaganje sile na dva pravca u ravni konstruisanjem trougla sila

- Ako pravac P_1 paralelno prenesemo u krajnu tačku vektora sila obeleženu sa C dobija se trougao ABC
- Za formirani trougao važi sinusna teorema pa se njenom primenom mogu odrediti veličine sile na zadatim pravcima



$$\gamma = 180^o - \alpha - \beta$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

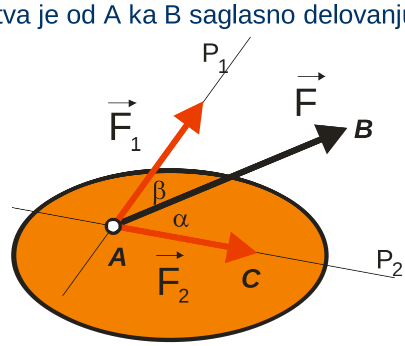
$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

$$\left|\vec{F}\right| = \overline{AB} = c$$

$$a = \overline{BC} = \frac{c\sin\alpha}{\sin\gamma}; \; b = \overline{AC} = \frac{c\sin\beta}{\sin\gamma}$$

Analitičko razlaganje sile na dva pravca u ravni konstruisanjem trougla sila

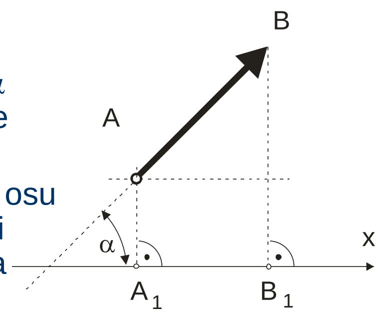
- Određene su veličine sile razložene na pravce P_1 i P_2
- Napadna tačka je presečna tačka – sučeljne sile
- Smer dejstva je od A ka B saglasno delovanju sile F



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Projekcija sile na osu

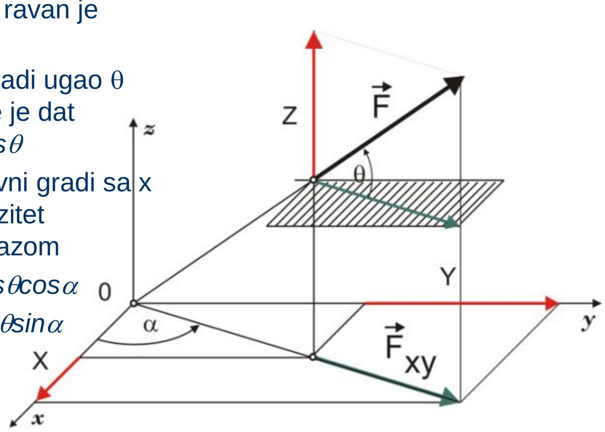
- Prema vektorskoj algebri projekcija sile F na pravac je skalar
- Ako sila sa osom gradi ugao α njena ortogonalna projekcija je $X=F\cos\alpha$
- Ortogonalna projekcija sile na osu je proizvod njenog intenziteta i cosinusa ugla koji gradi sila sa osom



$$\overline{A_1B_1} = X = F\cos\alpha$$

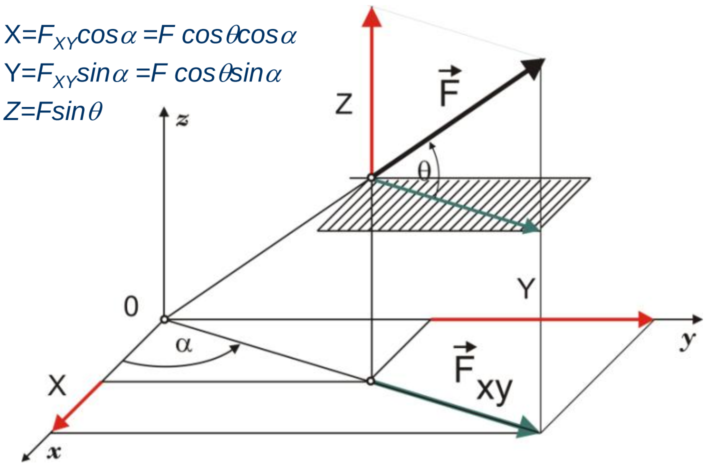
Projekcija sile na ravan (ortogonalna)

- Prema vektorskoj algebri projekcija sile F na ravan je vektor
- Ako sila sa ravni gradi ugao θ intenzitet projekcije je dat izrazom $F_{XY}=F\cos\theta$
- Ako projekcija u ravni gradi sa x osom ugao α intenzitet projekcija dat je izrazom
- $X=F_{XY}\cos\alpha=F\cos\theta\cos\alpha$
- $Y=F_{XY}\sin\alpha=F\cos\theta\sin\alpha$
- $Z=F\sin\theta$

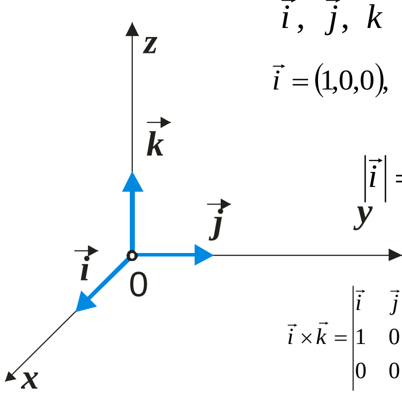


Projekcija sile na ravan (ortogonalna)

- $X = F_{XY}\cos\alpha = F\cos\theta\cos\alpha$
- $Y = F_{XY}\sin\alpha = F\cos\theta\sin\alpha$
- $Z = F\sin\theta$



Dekartov pravougli koordinatni sistem



$\vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k}$

- Jedinični vektori koordinatnih osa

$$\vec{i} = (1,0,0),\quad \vec{j} = (0,1,0),\quad \vec{k} = (0,0,1)$$

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$

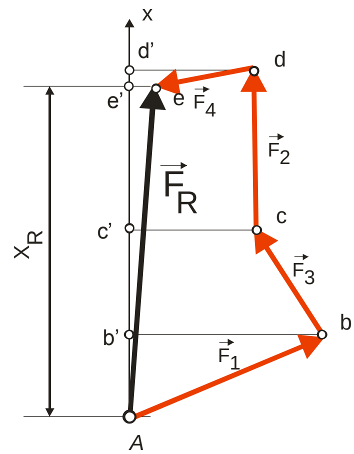
$$\vec{i} \times \vec{j} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \vec{k}$$

$$\vec{i} \times \vec{k} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -\vec{j}$$

$$\vec{j} \times \vec{k} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \vec{i}$$

Teorema: Projekcija F_R na neku osu jednaka je algebarskom zbiru projekcija F_i

- Dokaz je pokazan tako što se na slici kod poligona sila naprave ortogonalne projekcije svih sila
- Kao što je prikazano algebarski zbir duži a'b', b'c', c'd', d'e' jednak je dužini projekcije rezultante ae'
- Isto se može pokazati i analitički



Analitički način slaganja sila

- Prema dokazanoj teoremi zbir projekcija sila na osu jednak je projekciji rezultante na tu osu
- Za usvojeni prostorni troosni Dekartov pravougli koordinatni sistem zbirovi projekcija komponenata na svaku osu jednaki su projekciji rezultante na tu osu

$$X_R = \sum_{i=1}^{n} X_i = X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_n$$

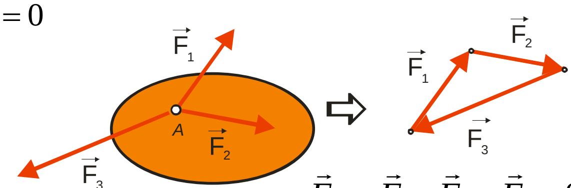
$$Y_R = \sum_{i=1}^{n} Y_i = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \ldots + Y_n$$

$$Z_R = \sum_{i=1}^{n} Z_i = Z_1 + Z_2 + Z_3 + \ldots + Z_n$$

Vektorski uslov ravnoteže sučeljnih sila
Vektorski zbir sila jednak nuli

- Sistem sučeljnih sila je u ravnoteži ako je rezultanta sistema jednaka nuli.
- Ako na telo deluju tri sučeljne sile onda je uslov ravnoteže da je njihov vektorski zbir jednak nuli

$$\vec{F}_R = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0$$



$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$$

Analitički uslov ravnoteže sistema sučeljnih sila u ravni

- Analitički zbir projekcija sila na svaku osu mora biti jednak nuli da bi sistem sučeljnih sila bio u ravnoteži (sile imaju istu napadnu tačku)

$$X_R = \sum_{i=1}^{n} X_i = X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_n = 0$$

$$Y_R = \sum_{i=1}^{n} Y_i = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \ldots + Y_n = 0$$

Analitički uslov ravnoteže sistema sučeljnih sila u ravni

- Za ravnotežu ravnog sistema sučeljnih sila potrebno je i dovoljno da algebarski zbir projekcija svih sila na svaku od dve ose Dekartovog pravouglog koordinatnog sistema Oxy bude jednak nuli.

$$X_R = \sum_{i=1}^{n} X_i = X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_n = 0$$

$$Y_R = \sum_{i=1}^{n} Y_i = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \ldots + Y_n = 0$$

Analitički uslov ravnoteže sistema sučeljnih sila u prostoru

- Analitički zbir projekcija sila na svaku osu mora biti jednak nuli da bi sistem sučeljnih sila bio u ravnoteži (sile imaju istu napadnu tačku)

$$X_R = \sum_{i=1}^{n} X_i = X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_n = 0$$

$$Y_R = \sum_{i=1}^{n} Y_i = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \ldots + Y_n = 0$$

$$Z_R = \sum_{i=1}^{n} Z_i = Z_1 + Z_2 + Z_3 + \ldots + Z_n = 0$$

Analitički uslov ravnoteže sistema sučeljnih sila u prostoru

- Za ravnotežu prostornog sistema sučeljnih sila potrebno je i dovoljno da algebarski zbir projekcija svih sila na svaku od tri ose Dekartovog pravouglog koordinatnog sistema Oxyz bude jednak nuli.

$$X_R = \sum_{i=1}^{n} X_i = X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_n = 0$$

$$Y_R = \sum_{i=1}^{n} Y_i = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \ldots + Y_n = 0$$

$$Z_R = \sum_{i=1}^{n} Z_i = Z_1 + Z_2 + Z_3 + \ldots + Z_n = 0$$

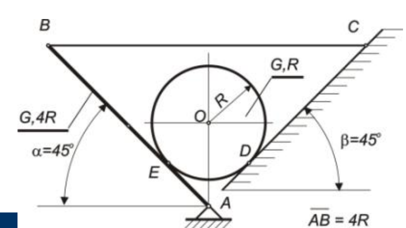
Napomene o načinu rešavanja zadataka koričćenjem analitičkih uslova ravnoteže

1. Telo treba nacrtati u položaju u kome se ispituje ravnoteža;
2. Izvršiti analizu sila koje deluju na telo i ucrtati ih;
3. Telo osloboditi veza i ucrtati reakcije veza sa pretpostavljenim smerovima. Ako se za neku reakciju dobiju negativne brojne vrednosti smer reakcije je suprotan od pretpostavljenog;
4. Proveriti broj nepoznatih i broj uslova ravnoteže;
5. Usvojiti položaj referentnog koordinatnog sistema: najčešće koordinatni početak poklopiti sa presečnom tačkom napadnih linija sila, a pravce osa tako da je što veći broj sila paralelan ili se poklapa sa njima
6. Pošto su izvršene sve navedene analize postaviti uslove ravnoteže – napisati jednačine u koje ulaze i poznate i nepoznate sile. Rešavanjem jednačina odrediti nepoznate sile.

Primer ispitnog zadatka

Homogeni prav štap AB dužine 4L i težine G je vezan zglobom A za postolje, a krajem B oslonjen na vertikalni glatki zid. Na štapu se nalazi homogeni disk poluprečnika i težine G, čiji je centar O vertikalno iznad zgloba A. Štap sa horizontalom zaklapa ugao od a=45^o. Disk se drugom stranom oslanja na idealno ravan kosi zid koji sa horizontalom zaklapa ugao od b=45^o, kako je prikazano na slici 1. Odrediti reakcije u zglobu A i normalne sile pritiskaštapa u tački B na zid i diska na zid u tački D.

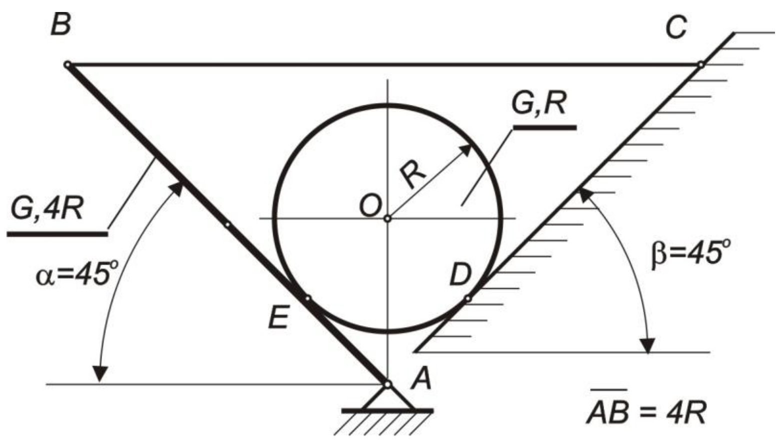
Primer ispitnog zadatka



Homogeni prav štap AB dužine 4L i težine G je vezan zglobom A za postolje, a krajem B vezan je horizontalnjm užetom. Na štapu se nalazi homogeni disk poluprečnika i težine G, čiji je centar O vertikalno iznad zgloba A. Štap sa horizontalom zaklapa ugao od α=45^o.

Disk se drugom stranom oslanja na idealno ravan kosi zid koji sa horizontalom zaklapa ugao od β=45^o . Odrediti reakcije u zglobu A i silu u užetu i silu normalnog pritiska na kosi zid.

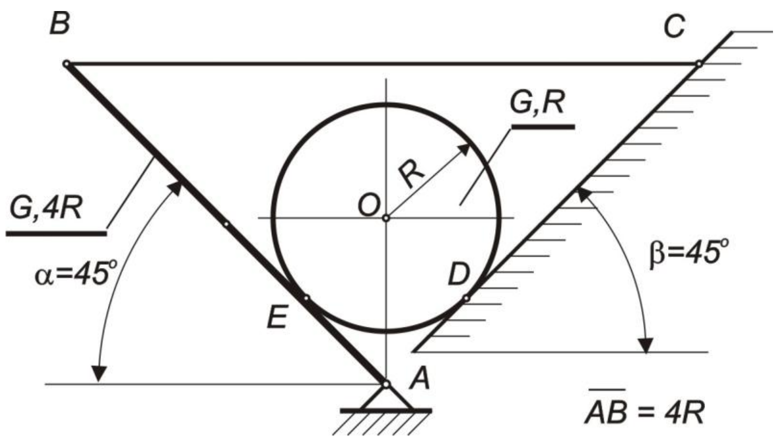
Primer ispitnog zadatka



Napomene o načinu rešavanja zadataka koričćenjem analitičkih uslova ravnoteže

1. Telo treba nacrtati u položaju u kome se ispituje ravnoteža;
2. Izvršiti analizu sila koje deluju na telo i ucrtati ih;
3. Telo osloboditi veza i ucrtati reakcije veza sa pretpostavljenim smerovima. Ako se za neku reakciju dobiju negativne brojne vrednosti smer reakcije je suprotan od pretpostavljenog;
4. Proveriti broj nepoznatih i broj uslova ravnoteže;
5. Usvojiti položaj referentnog koordinatnog sistema: najčešće koordinatni početak poklopiti sa presečnom tačkom napadnih linija sila, a pravce osa tako da je što veći broj sila paralelan ili se poklapa sa njima
6. Pošto su izvršene sve navedene analize postaviti uslove ravnoteže – napisati jednačine u koje ulaze i poznate i nepoznate sile. Rešavanjem jednačina odrediti nepoznate sile.

1. Telo treba nacrtati u položaju u kome se ispituje ravnoteža

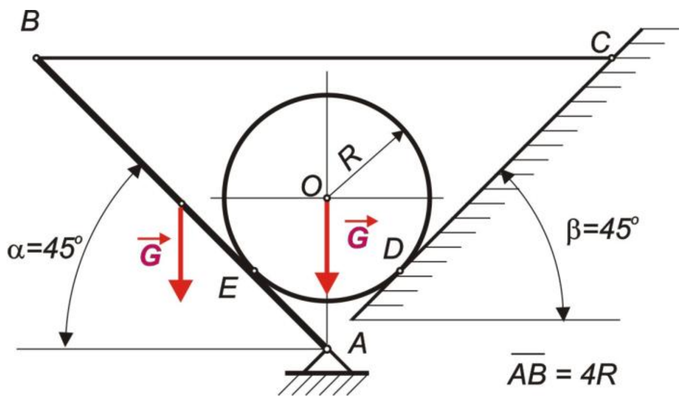


Napomene o načinu rešavanja zadataka koričćenjem analitičkih uslova ravnoteže

1. Telo treba nacrtati u položaju u kome se ispituje ravnoteža;
2. Izvršiti analizu sila koje deluju na telo i ucrtati ih;
3. Telo osloboditi veza i ucrtati reakcije veza sa pretpostavljenim smerovima. Ako se za neku reakciju dobiju negativne brojne vrednosti smer reakcije je suprotan od pretpostavljenog;
4. Proveriti broj nepoznatih i broj uslova ravnoteže;
5. Usvojiti položaj referentnog koordinatnog sistema: najčešće koordinatni početak poklopiti sa presečnom tačkom napadnih linija sila, a pravce osa tako da je što veći broj sila paralelan ili se poklapa sa njima
6. Pošto su izvršene sve navedene analize postaviti uslove ravnoteže – napisati jednačine u koje ulaze i poznate i nepoznate sile. Rešavanjem jednačina odrediti nepoznate sile.

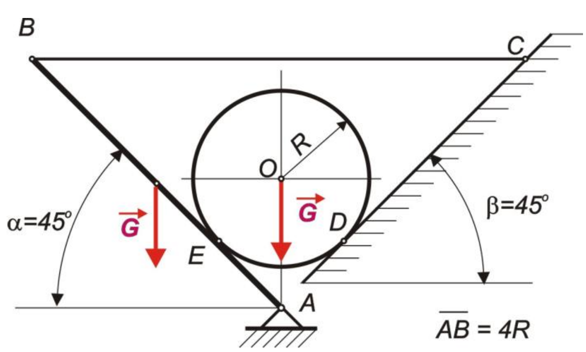
2.Izvršiti analizu sila koje deluju na telo i ucrtati ih

U sistemu deluju aktivne sile težine



2. **Izvršiti analizu sila koje deluju na telo i ucrtati ih**

Tela su vezana pa se oslobađa veza



Napomene o načinu rešavanja zadataka koričćenjem analitičkih uslova ravnoteže

1. Telo treba nacrtati u položaju u kome se ispituje ravnoteža;
2. Izvršiti analizu sila koje deluju na telo i ucrtati ih;
3. Telo osloboditi veza i ucrtati reakcije veza sa pretpostavljenim smerovima. Ako se za neku reakciju dobiju negativne brojne vrednosti smer reakcije je suprotan od pretpostavljenog;
4. Proveriti broj nepoznatih i broj uslova ravnoteže;
5. Usvojiti položaj referentnog koordinatnog sistema: najčešće koordinatni početak poklopiti sa presečnom tačkom napadnih linija sila, a pravce osa tako da je što veći broj sila paralelan ili se poklapa sa njima
6. Pošto su izvršene sve navedene analize postaviti uslove ravnoteže – napisati jednačine u koje ulaze i poznate i nepoznate sile. Rešavanjem jednačina odrediti nepoznate sile.

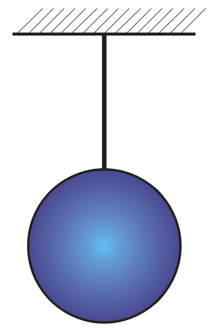
Aksioma 6 – aksioma o vezama

Svako neslobodno ili vezano telo može se smatrati slobodnim, ako se veze uklone i dejstvo tih mehaničkih veza zameni reakcijama veza

3. Telo osloboditi veza i ucrtati reakcije veza sa pretpostavljenim smerovima. Ako se za neku reakciju dobiju negativne brojne vrednosti smer reakcije je suprotan od pretpostavljenog;

Veze i reakcija veza

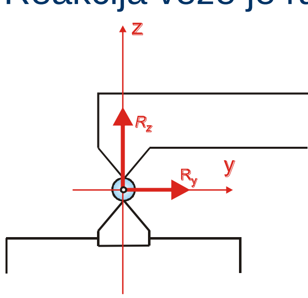
- Telo čije je pomeranje u prostoru ometano drugim telom zove se vezano (neslobodno) telo.
- Svako telo koje ograničava (sprečava) pomeranje u prostoru datog tela zove se VEZA.



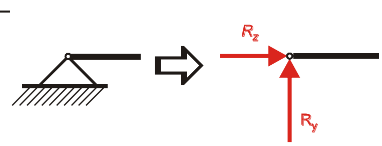
55

Veze i reakcije veza
cilindrični zglob u ravni

- Cilindrični zglob je veza dva tela sa osovinom u ravni
- Reakcija veze je ravanska sila



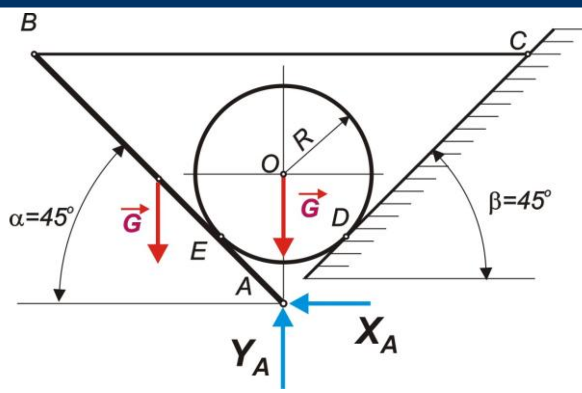
$$\vec{F} = F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$



56

1. Izvršiti analizu sila koje deluju na telo i ucrtati ih

Veza cilindričnog zgloba

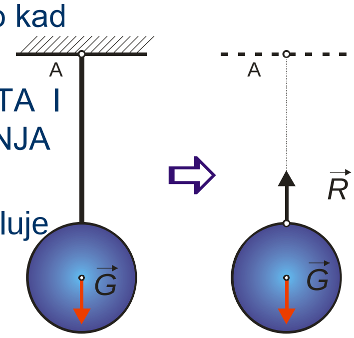


Dve nepoznate sile X_A i Y_A

Mehanika 1

Veze i reakcije veza
NERASTEGLJIVO UŽE

- Uže se smatra lakim (zanemarljive težine), idealno savitljivo i nerastegljivo
- Uže može da služi kao veza jedino kad je napregnuto na istezanje
- Reakcija veze je U PRAVCU UŽETA I USMERENA JE KA TAČKI VEŠANJA
- Vezu zamenjujemo reakcijom i dobijamo slobodno telo na koje deluje reakcija veze

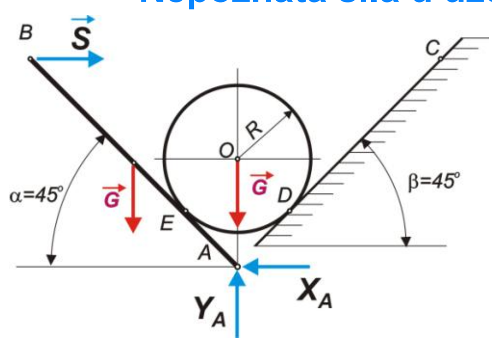


58

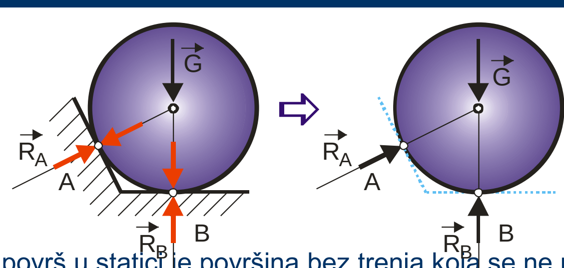
Izvršiti analizu sila koje deluju na telo i ucrtati ih

Veza nerastegljivog užeta

Nepoznata sila u užetu S



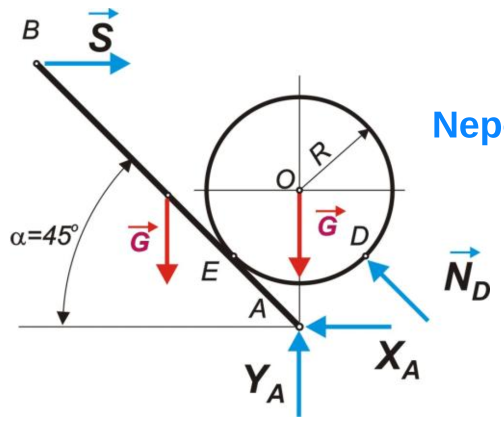
Veze i reakcije veza
GLATKA POVRŠ I GLATKI OSLONAC



- Glatka površ u statici je površina bez trenja koja se ne protivi silom ukoliko telo kliza po njoj
- Reakcija veze je USMERENA PO ZAJEDNIČKOJ NORMALI NA DODIRNU POVRŠ
- Vezu zamenjujemo reakcijom i dobijamo slobodno telo na koje deluje reakcija veze

1. Izvršiti analizu sila koje deluju na telo i ucrtati ih

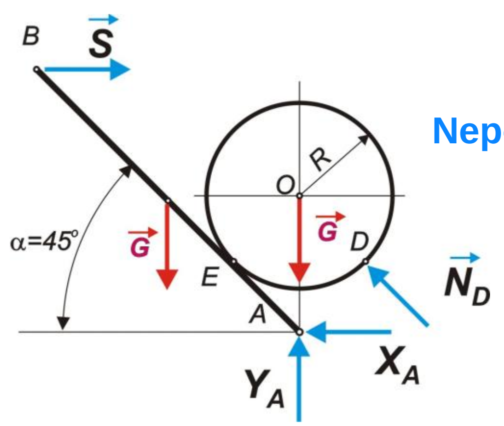
Veza glatke površi



Nepoznata sila N_D

1. Izvršiti analizu sila koje deluju na telo i ucrtati ih

Veza glatke površi



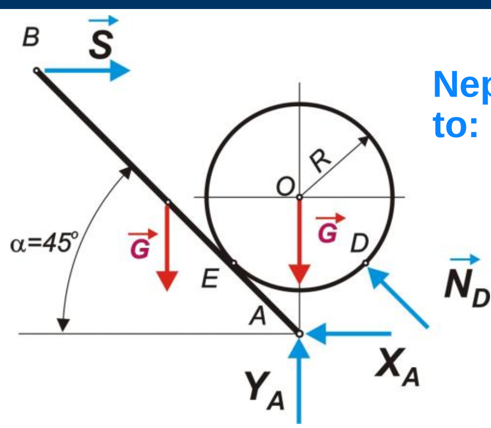
Nepoznata sila N_D

Napomene o načinu rešavanja zadataka koričćenjem analitičkih uslova ravnoteže

1. Telo treba nacrtati u položaju u kome se ispituje ravnoteža;
2. Izvršiti analizu sila koje deluju na telo i ucrtati ih;
3. Telo osloboditi veza i ucrtati reakcije veza sa pretpostavljenim smerovima. Ako se za neku reakciju dobiju negativne brojne vrednosti smer reakcije je suprotan od pretpostavljenog;
4. Proveriti broj nepoznatih i broj uslova ravnoteže;
5. Usvojiti položaj referentnog koordinatnog sistema: najčešće koordinatni početak poklopiti sa presečnom tačkom napadnih linija sila, a pravce osa tako da je što veći broj sila paralelan ili se poklapa sa njima
6. Pošto su izvršene sve navedene analize postaviti uslove ravnoteže – napisati jednačine u koje ulaze i poznate i nepoznate sile. Rešavanjem jednačina odrediti nepoznate sile.

1. Uslovi ravnoteže i nepoznate sile

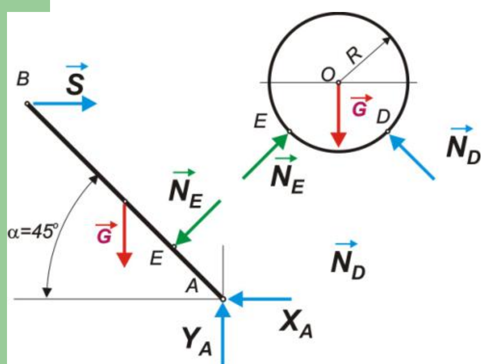
Rešava se problem u ravni 3 uslova ravnoteže



Nepoznatih 5 sila i to: X_A,Y_A,S,N_D

1. Uslovi ravnoteže i nepoznate sile

Problem je statički neodređen pa se pristupa razdvajanju sistema

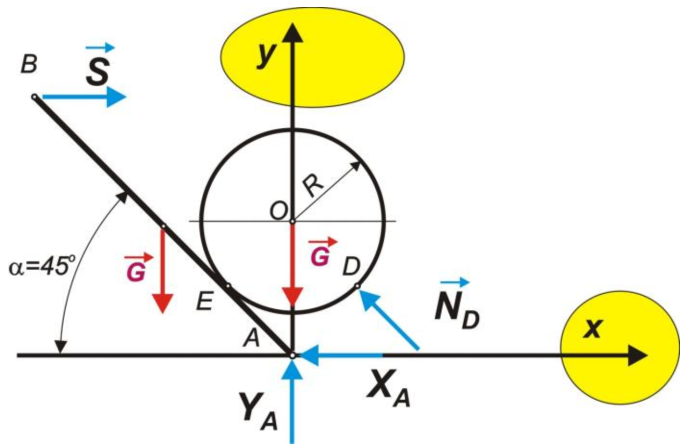


Ovim se uvode dve nepoznate NE i iste po intenzitetu a suprotnih smerova ali i mogućnosti postavljanja uslova ravnoteže za sistem, za disk i za štap ukupno 8 jednačina

Napomene o načinu rešavanja zadataka koričćenjem analitičkih uslova ravnoteže

1. Telo treba nacrtati u položaju u kome se ispituje ravnoteža;
2. Izvršiti analizu sila koje deluju na telo i ucrtati ih;
3. Telo osloboditi veza i ucrtati reakcije veza sa pretpostavljenim smerovima. Ako se za neku reakciju dobiju negativne brojne vrednosti smer reakcije je suprotan od pretpostavljenog;
4. Proveriti broj nepoznatih i broj uslova ravnoteže;
5. Usvojiti položaj referentnog koordinatnog sistema: najčešće koordinatni početak poklopiti sa presečnom tačkom napadnih linija sila, a pravce osa tako da je što veći broj sila paralelan ili se poklapa sa njima
6. Pošto su izvršene sve navedene analize postaviti uslove ravnoteže – napisati jednačine u koje ulaze i poznate i nepoznate sile. Rešavanjem jednačina odrediti nepoznate sile.

Bira se referentni koordinatni sistem



Napomene o načinu rešavanja zadataka koričćenjem analitičkih uslova ravnoteže

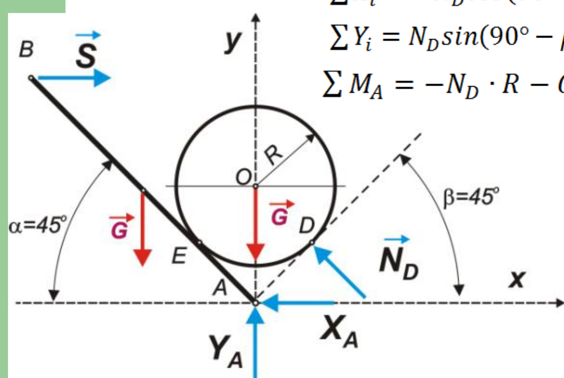
1. Telo treba nacrtati u položaju u kome se ispituje ravnoteža;
2. Izvršiti analizu sila koje deluju na telo i ucrtati ih;
3. Telo osloboditi veza i ucrtati reakcije veza sa pretpostavljenim smerovima. Ako se za neku reakciju dobiju negativne brojne vrednosti smer reakcije je suprotan od pretpostavljenog;
4. Proveriti broj nepoznatih i broj uslova ravnoteže;
5. Usvojiti položaj referentnog koordinatnog sistema: najčešće koordinatni početak poklopiti sa presečnom tačkom napadnih linija sila, a pravce osa tako da je što veći broj sila paralelan ili se poklapa sa njima
6. Pošto su izvršene sve navedene analize postaviti uslove ravnoteže – napisati jednačine u koje ulaze i poznate i nepoznate sile. Rešavanjem jednačina odrediti nepoznate sile.

Za sistem se mogu napisati tri uslova ravnoteže

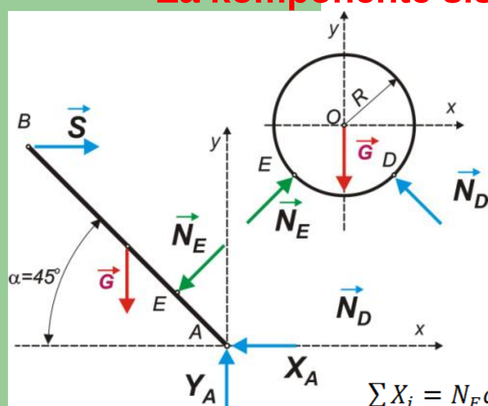
$$\sum X_i = -N_D cos(90° - \beta) + S - X_A = 0$$

$$\sum Y_i = N_D sin(90° - \beta) - G - G + Y_A = 0$$

$$\sum M_A = -N_D \cdot R - G \cdot 2Rcos\alpha + S \cdot 4Rsin\alpha = 0$$



Za komponente sistema se mogu napisati pet uslova ravnoteže



$$\sum X_i = N_E cos(90° - \alpha) - N_D cos(90° - \beta) = 0$$

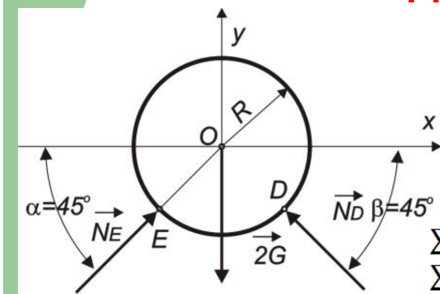
$$\sum Y_i = N_E sin(90° - \alpha) + N_D sin(90° - \beta) - G = 0$$

$$\sum X_i = -N_E cos(90° - \alpha) + S - X_A = 0$$

$$\sum Y_i = -N_E sin(90° - \beta) - G + Y_A = 0$$

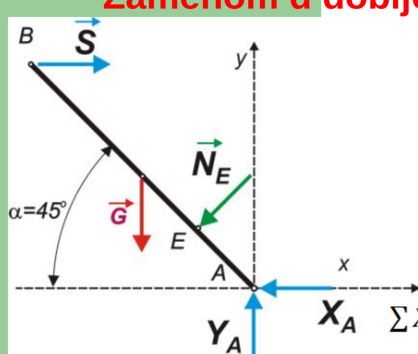
$$\sum M_A = -N_E \cdot R - G \cdot 2Rcos\alpha + S \cdot 4Rsin\alpha = 0$$

Prvo se rešavaju veze diska



$$\sum X_i = N_E sin\alpha - N_D sin\beta = 0$$
$$\sum Y_i = N_E cos\alpha + N_D cos\beta - G = 0$$
$$\sum X_i = N_E \frac{\sqrt{2}}{2} - N_D \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \rightarrow N_E = N_D$$
$$\sum Y_i = N_E \frac{\sqrt{2}}{2} + N_D \frac{\sqrt{2}}{2} - G = 0$$
$$\sqrt{2} N_E = G \rightarrow N_E = \frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{G}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} G$$
$$N_E = N_D = \frac{\sqrt{2}}{2} G$$

Zamenom d dobijenih vrednosti veza diska u jednačine ravnoteže štapa



$$N_E = N_D = \frac{\sqrt{2}}{2} G$$

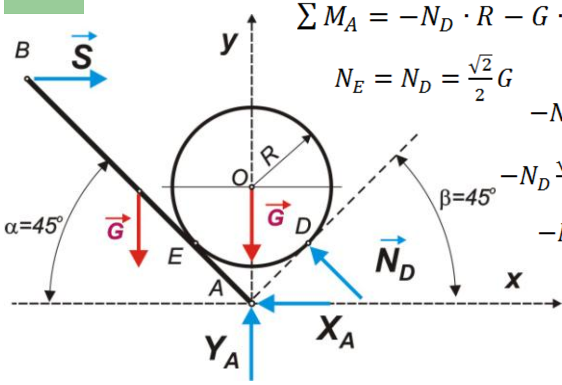
$$\sum X_i = -N_E cos(90° - \alpha) + S - X_A = 0$$
$$\sum Y_i = -N_E sin(90° - \beta) - G + Y_A = 0$$
$$\sum M_A = -N_E \cdot R - G \cdot 2Rcos\alpha + S \cdot 4Rsin\alpha = 0$$
$$-N_E \cdot R - G \cdot 2R\frac{\sqrt{2}}{2} + S \cdot 4R\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$
$$S = \frac{3}{4} G$$
$$-N_E \frac{\sqrt{2}}{2} + S - X_A = 0 \rightarrow X_A = S - N_E \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$X_A = \frac{1}{4} G$$
$$-N_E \frac{\sqrt{2}}{2} - G + Y_A = 0 \rightarrow \quad Y_A = \frac{3}{2} G$$

Drugi način je zameniti dobijene vrednosti ravnoteže diska u uslove ravnoteže sistema

$$\sum X_i = -N_D cos(90° - \beta) + S - X_A = 0$$

$$\sum Y_i = N_D sin(90° - \beta) - G - G + Y_A = 0$$

$$\sum M_A = -N_D \cdot R - G \cdot 2Rcos\alpha + S \cdot 4Rsin\alpha = 0$$



$$N_E = N_D = \frac{\sqrt{2}}{2}G$$

$$-N_D \cdot R - G \cdot 2R\frac{\sqrt{2}}{2} + S \cdot 4R\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$-N_D\frac{\sqrt{2}}{2} + S - X_A = 0 \rightarrow X_A = S - N_D\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$-N_D\frac{\sqrt{2}}{2} - G + Y_A = 0 \rightarrow \quad Y_A = \frac{3}{2}G$$

$$X_A = \frac{1}{4}G \qquad S = \frac{3}{4}G$$

Rezime

- Sistem sučeljnih sila
- Rezultanta sistema sučeljnih sila
- Geometrijsko određivanje rezultante dve sučeljne sile:
  - Metodom paralelograma
  - Metodom trougla
- Geometrijsko određivanje rezultante sistema sučeljnih sila u ravni metodom poligona sila
- Geometrijsko određivanje rezultante prostornog sistema sučeljnih sila metodom poligona sila
- Geometrijski uslov ravnoteže sučeljnih sila - zatvoren poligon sila

Rezime:

- Razlaganje sile na dva pravca
  - Geometrijski
  - Analitički
- Projekcija sile na osu
- Projekcija sile na ravan
- Projekcija rezultante na osu jednaka je algebarskom zbiru projekcija komponenata
- Uslov ravnoteže - Vektorski zbir sučeljnih sila jednak 0
- Uslov ravnoteže - Algebarski zbir projekcija sučeljnih sila na sve tri ose Dekartovog pravouglog koordinatnog sistema jednak 0

Pri rešavanju zadataka

- Osloboditi telo veza uvođenjem reakcija veza
- Postaviti onoliko jednačina koliko uslova ravnoteže može da se definiše za sistem uzimajući u obzir kako poznate tako i nepoznate sile