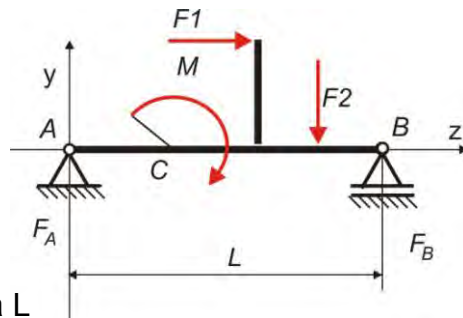


Greda sa prepustima

Analitički načini određivanja otpora
oslonaca i osnovni statički dijagrami

Osnovni elementi prostih ravnih nosača



- Raspon grede obeležen sa L
- Nepokretan oslonac obeležen sa A
- Pokretan oslonac obeležen sa B
- M, F opterećenja grede

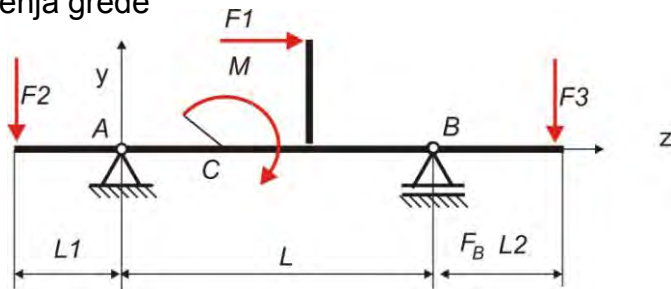
Prosti nosači – statički dijagrami

Potrebno je odrediti:

- Otpore oslonaca
- Napisati izraze za promene aksijalne sile, transverzalne sile i momenta savijanja
- Dijagram promene aksijalne sile
- Dijagram transverzalne sile
- Dijagram momenta savijanja
- Intenzitet maksimalnog napadnog momenta

Osnovni elementi grede sa prepustima

- Raspon grede obeležen sa L
- Levi i desni prepust L_1 i L_2
- Nepokretan oslonac obeležen sa A
- Pokretan oslonac obeležen sa B
- M, F opterećenja grede

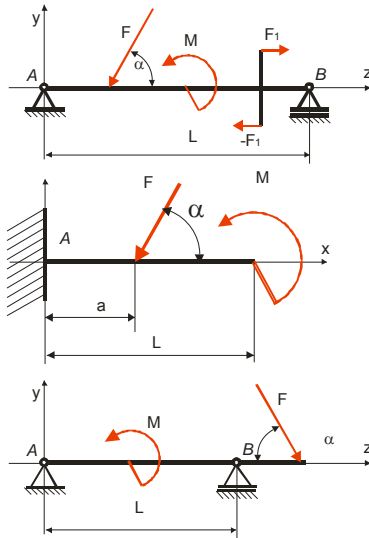


Jednačine ravnoteže za proste nosače

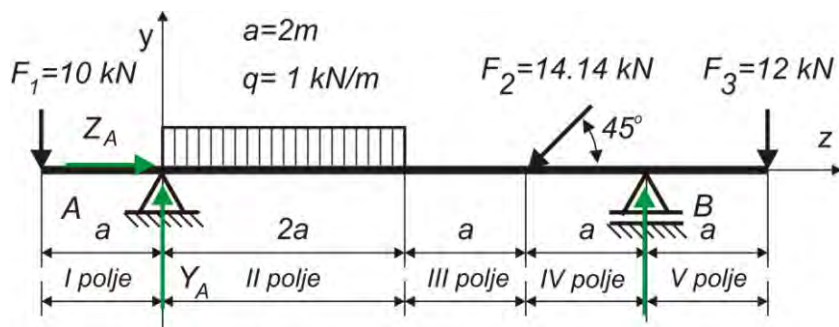
$$\sum Z_i = 0$$

$$\sum Y_i = 0$$

$$\sum M_i = 0$$

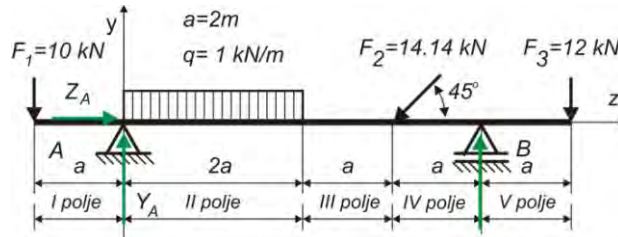


Primer grede sa prepustima



Primer grede sa prepustima određivanje otpora oslonaca

$$\begin{aligned} \sum Z_i &= 0 \\ \sum Y_i &= 0 \\ \sum M_i &= 0 \end{aligned}$$



$$F_{2Z} = F_2 \cos 45^\circ = 10\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10 \text{ kN}$$

$$F_{2Y} = F_2 \sin 45^\circ = 10\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10 \text{ kN}$$

$$F_q = q \cdot 2a = 1 \cdot 2 \cdot 2 = 4 \text{ kN}$$

$$\sum Z_i = -Z_A + F_{2Z} = 0 \rightarrow Z_A = F_{2Z} = 10 \text{ kN}$$

$$Z_A = 10 \text{ kN}$$

$$\sum Y_i = Y_A + F_B - F_1 - F_q - F_{2Y} - F_3 = 0$$

$$Y_A = 15 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = -4a \cdot F_B - a \cdot F_1 + a \cdot F_q + 3a \cdot F_{2Y} + 5a \cdot F_3 = 0$$

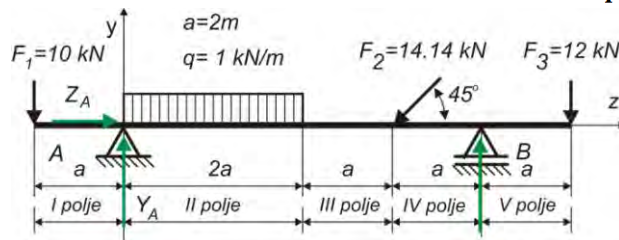
$$F_B = 21 \text{ kN}$$

Provera dobijenih otpora oslonaca

$$Z_A = 10 \text{ kN}$$

$$Y_A = 15 \text{ kN}$$

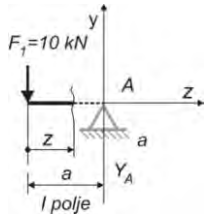
$$F_B = 21 \text{ kN}$$



$$\begin{aligned} \sum M_B &= 4a \cdot Y_A - 5a \cdot F_1 - 3a \cdot F_q + a \cdot F_{2Y} + a \cdot F_3 = \\ &= 4 \cdot 2 \cdot 15 - 5 \cdot 2 \cdot 10 - 3 \cdot 2 \cdot 4 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 12 = \\ &= 120 - 100 - 24 + 20 + 24 = 0 \end{aligned}$$

Provera dobijenih otpora oslonaca

Polje I $0 < z < a$



Aksijalna sila:

$$F_a = 0$$

Transverzalna sila:

$$F_T = -F_1$$

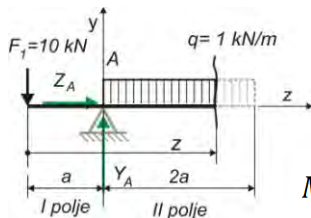
Moment savijanja sa leve strane:

$$M_f = -F_1 \cdot z$$

z	0	a=2m
Aksijalna sila	0	0
Transverzalna sila	-10	-10
Moment savijanja	0	-20

Provera dobijenih otpora oslonaca

Polje II $a < z < 3a$



Aksijalna sila:

$$F_a = -F_2 z$$

Transverzalna sila:

$$F_T = -F_1 + Y_A - q \cdot (z - a)$$

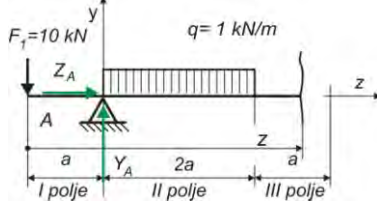
Moment savijanja sa leve strane:

$$M_f = -F_1 \cdot z + Y_A \cdot (z - a) + q \frac{(z-a)^2}{2}$$

z	a=2m	3a=6m
Aksijalna sila	-10	-10
Transverzalna sila	5	1
Moment savijanja	-20	-8

Provera dobijenih otpora oslonaca

Polje III $3a < z < 4a$



Aksijalna sila:

$$F_a = -F_{2Z}$$

Transverzalna sila:

$$F_T = -F_1 + Y_A - q \cdot 2a$$

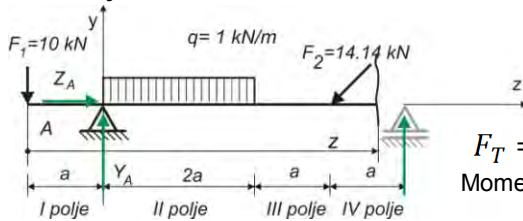
Moment savijanja sa leve strane:

$$M_f = -F_1 \cdot z + Y_A \cdot (z - a) - q \cdot 2a(z - 2a)$$

z	3a=6m	4a=8m
Aksijalna sila	-10	-10
Transverzalna sila	1	1
Moment savijanja	-8	-6

Provera dobijenih otpora oslonaca

Polje IV $4a < z < 5a$



Aksijalna sila:

$$F_a = 0$$

Transverzalna sila:

$$F_T = -F_1 + Y_A - q \cdot 2a - F_{2Y}$$

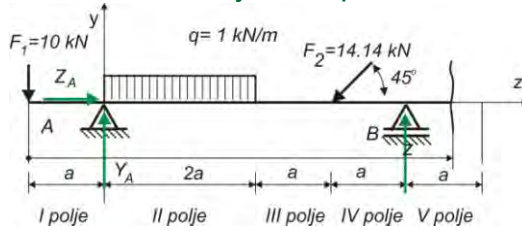
Moment savijanja sa leve strane:

$$M_f = -F_1 \cdot z + Y_A \cdot (z - a) - q \cdot 2a(z - 2a) - F_{2Y}(z - 4a)$$

z	4a=8m	5a=10m
Aksijalna sila	0	0
Transverzalna sila	-9	-9
Moment savijanja	-6	-24

Provera dobijenih otpora oslonaca

Polje V $5a < z < 6a$



Aksijalna sila:

$$F_a = 0$$

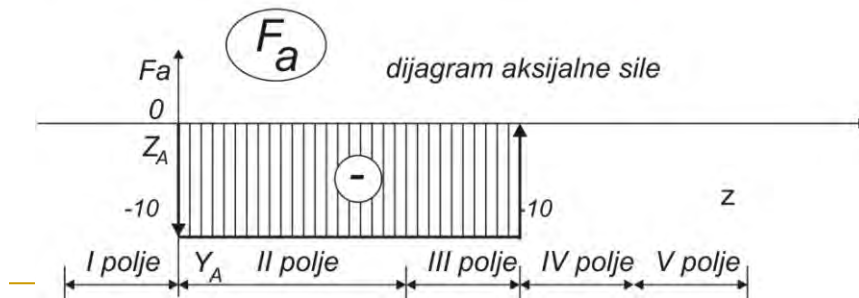
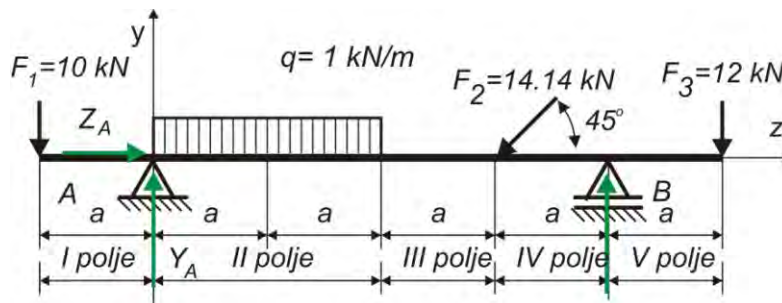
Transverzalna sila:

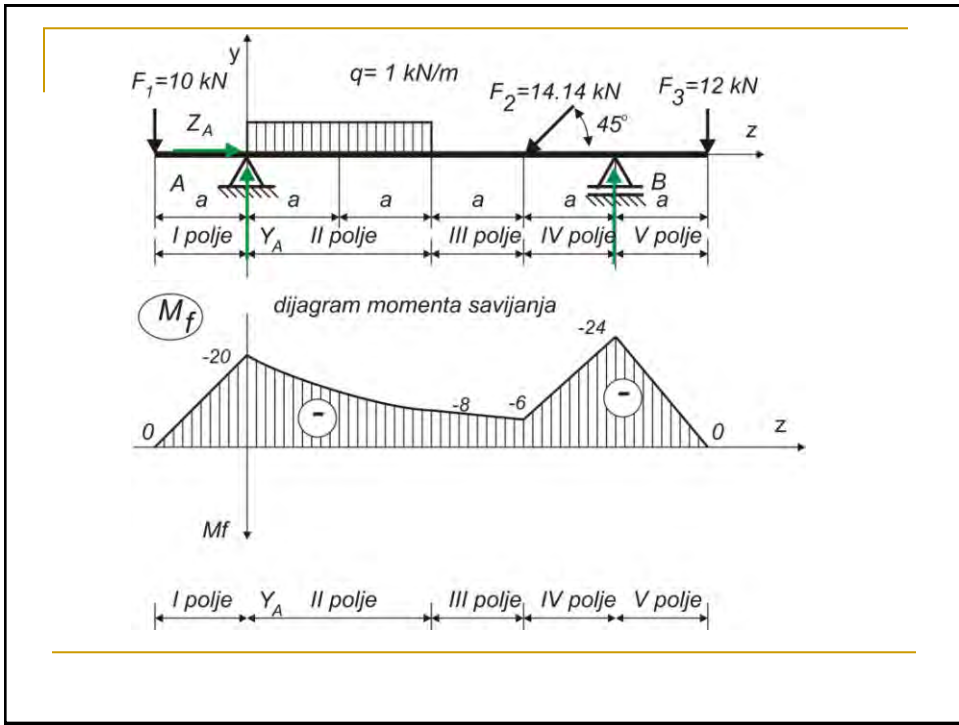
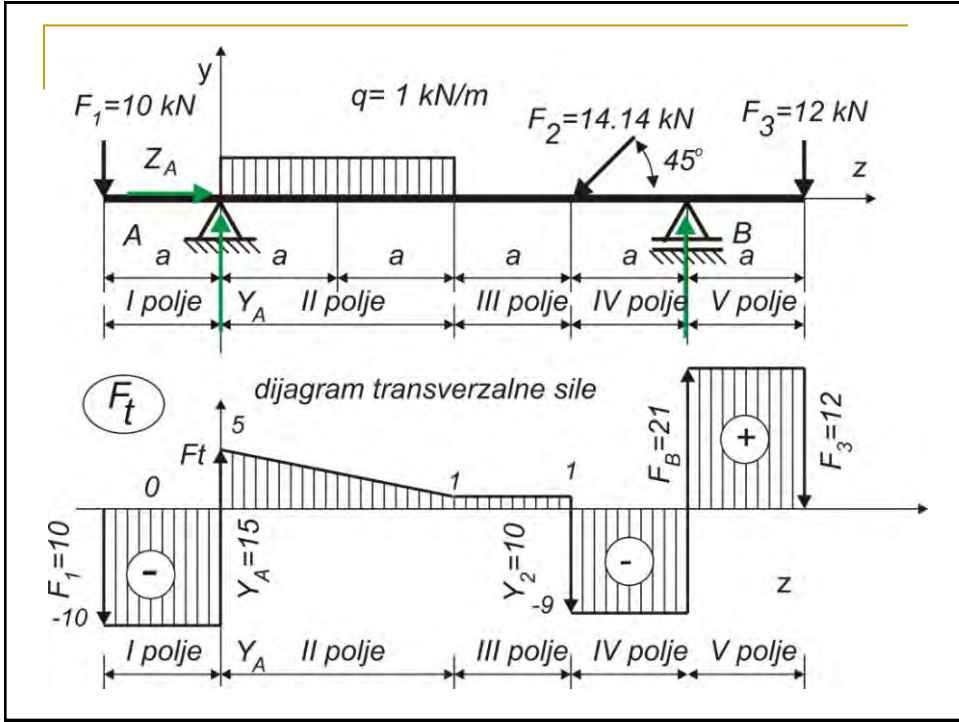
$$F_T = -F_1 + Y_A - q \cdot 2a - F_{2Y} + F_B$$

Moment savijanja sa leve strane:

$$M_f = -F_1 \cdot z + Y_A \cdot (z - a) - q \cdot 2a(z - 2a) - F_{2Y}(z - 4a) + F_B(z - 5a)$$

z	5a=10m	6a=12m
Aksijalna sila	0	0
Transverzalna sila	12	12
Moment savijanja	-24	0



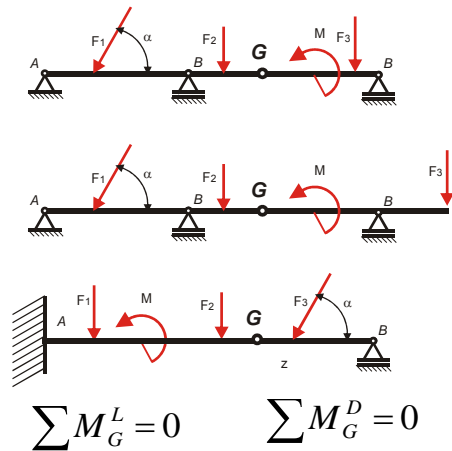


Gerberov nosač – (greda)

Analitički načini određivanja otpora
oslonaca i osnovni statički dijagrami

Gerberov nosač - greda

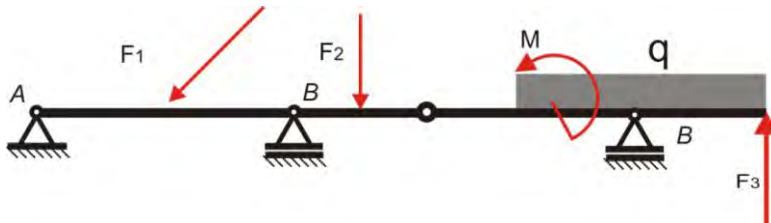
- Ravni nosači mogu biti sastavljeni iz više krutih zglobno vezanih i oslonjenih na pokretne i nepokretne oslonce
- U Gerberovim zglobovima napadni momenti sa leve i desne strane og zgloba moraju biti jednaki nuli



Za jedan Gerberov zlob može se upotrebiti samo jedna dodatna jednačina

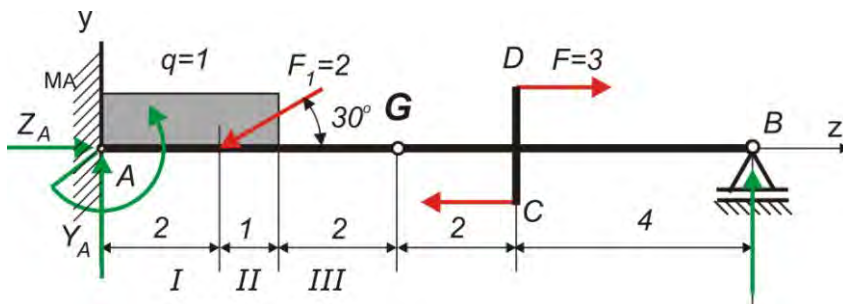
Gerberov nosač - greda

- Ravni nosači mogu biti sastavljeni iz više krutih tela međusobno zglobno vezanih (**Gerberov zglob**) i oslonjenih na pokretne i nepokretne oslonce



Gerberov nosač - greda

- Ravni nosači mogu biti sastavljeni iz više krutih tela međusobno zglobno vezanih (**Gerberov zglob**) i oslonjenih na pokretne i nepokretne oslonce

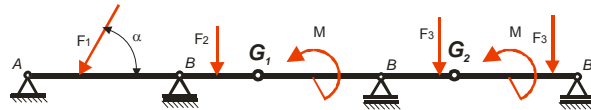


Gerberov nosač – greda

Osnovna pravila za rešavanje

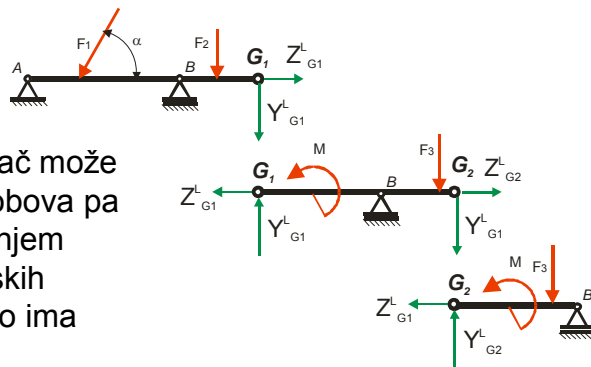
- U Gerberovim zglobovima napadni momenti sa leve i desne strane og zgloba moraju biti jednaki nuli
- Može se postaviti onoliko dopunskih jednačina koliko Gerberovih zglobova ima rešavani nosač
- Gerberov nosač se može rastaviti u svakom Gerberovom zglobu

Gerberov nosač - greda



$$\sum M_{G1}^L = 0$$

$$\sum M_{G2}^L = 0$$

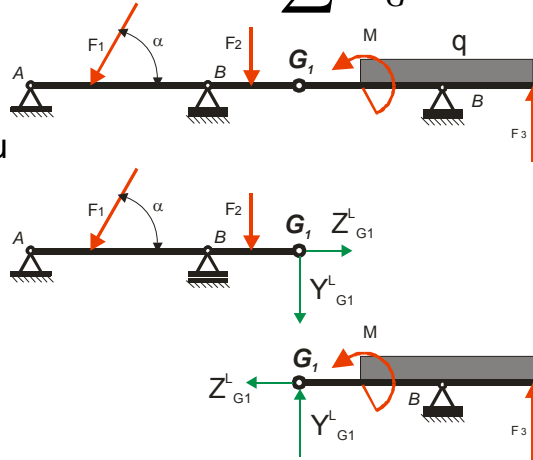


- Normalno, nosač može imati i više zglobova pa se rešava pisanjem onoliko dopunskih jednačina koliko ima zglobova

Gerberov nosač - greda

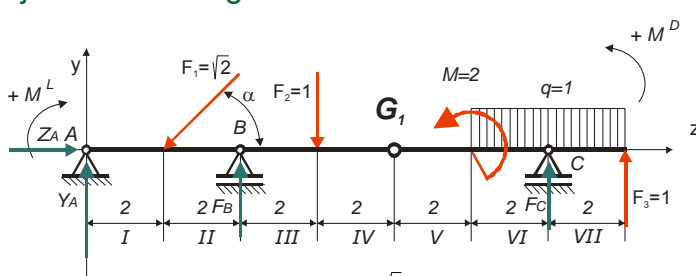
$$\sum M_G^L = 0$$

- Nosač se rešava ili pisanjem dodatne jednačine za moment u zglobu ili deljenjem nosača na dva prosta



Primer rešavanja Gerberove grede pisanjem dopunske jednačine za zglob

$$\sum M_G^D = 0$$



$$\sum Z_i = -Z_A + F_1 \cos 45^\circ = 0 \Rightarrow Z_A = F_1 \cos 45^\circ = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \text{ kN}$$

$$\sum Y_i = Y_A - F_1 \sin 45^\circ + F_B - F_2 - q \cdot 4 + F_C + F_3 = 0 \Rightarrow Y_A$$

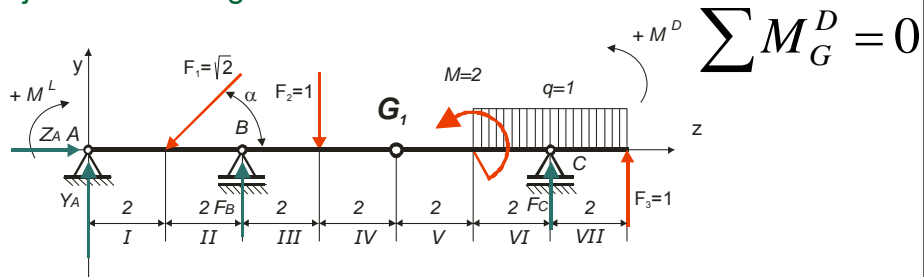
$$\sum M_A = 2F_1 \sin 45^\circ - 4F_B + 6F_2 - q \cdot 4 \cdot 12 - 12F_C - 14F_3 = 0 \Rightarrow F_B$$

$$\sum M_G^D = +M + 4F_C - q \cdot 4 \cdot 4 + 6F_3 = 0 \Rightarrow F_C = \frac{16q - M - 6F_3}{4} = \frac{16 - 2 - 6}{4} = 2 \text{ kN}$$

$$F_B = \frac{2F_1 \sin 45^\circ + 6F_2 - M + 12q \cdot 4 - 12F_C + 14F_3}{4} = \frac{2 \cdot 1 + 6 \cdot 1 - 2 + 12 \cdot 1 \cdot 4 - 12 \cdot 2 + 14 \cdot 1}{4} = 4 \text{ kN}$$

$$Y_A = F_1 \sin 45^\circ - F_B + F_2 + q \cdot 4 - F_C - F_3 = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 4 + 1 + 4 - 2 - 1 = -1 \text{ kN}$$

Primer rešavanja Gerberove grede pisanjem dopunske jednačine za zglob

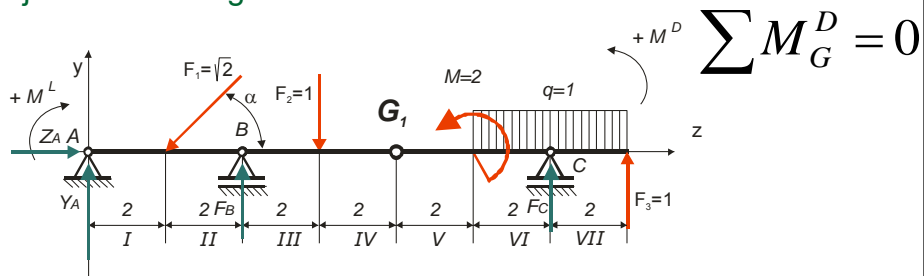


$$\sum Z_i = -Z_A + F_1 \cos 45^\circ = 0 \Rightarrow Z_A = F_1 \cos 45^\circ = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \text{ kN}$$

$$\sum Y_i = Y_A - F_1 \sin 45^\circ + F_B - F_2 - q \cdot 4 + F_C + F_3 = 0 \Rightarrow Y_A$$

$$\sum M_A = 2F_1 \sin 45^\circ - 4F_B + 6F_2 - q \cdot 4 \cdot 12 - 12F_C - 14F_3 = 0 \Rightarrow F_B$$

Primer rešavanja Gerberove grede pisanjem dopunske jednačine za zglob



$$\sum M_G^D = +M + 4F_C - q \cdot 4 \cdot 4 + 6F_3 = 0 \Rightarrow F_C = \frac{16q - M - 6F_3}{4} = \frac{16 - 2 - 6}{4} = 2 \text{ kN}$$

$$F_B = \frac{2F_1 \sin 45^\circ + 6F_2 - M + 12q \cdot 4 - 12F_C + 14F_3}{4} = \frac{2 \cdot 1 + 6 \cdot 1 - 2 + 12 \cdot 1 \cdot 4 - 12 \cdot 2 + 14 \cdot 1}{4} = 4 \text{ kN}$$

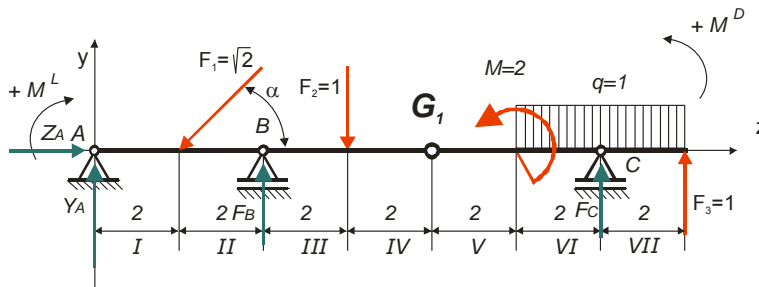
$$Y_A = F_1 \sin 45^\circ - F_B + F_2 + q \cdot 4 - F_C - F_3 = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 4 + 1 + 4 - 2 - 1 = -1 \text{ kN}$$

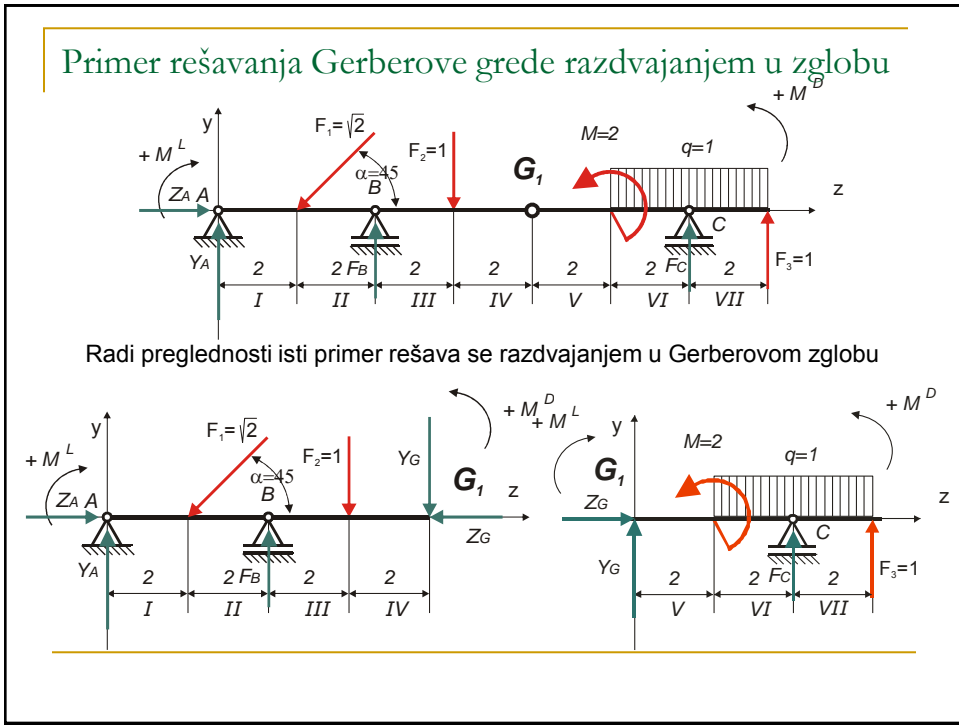
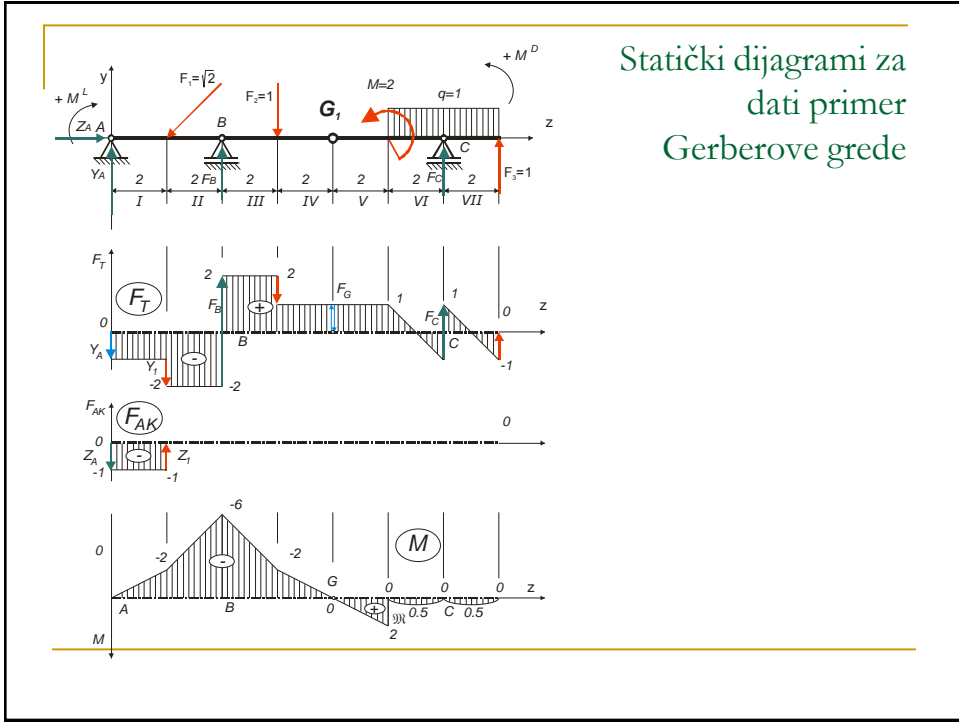
Jednačine ravnoteže za Gerberovu gredu

- $$\sum Z_i = 0$$
- $$\sum Y_i = 0$$
- $$\sum M_i = 0$$
- $$\sum M_G^D = 0$$
- Gerberov nosač može imati i više zglobova
 - Rešava se pisanjem onoliko dopunskih jednačina koliko ima Gerberovih zglobova

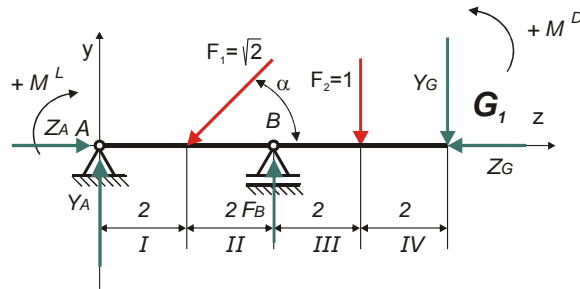
Primer rešavanja Gerberove grede pisanjem dopunske jednačine za zglob

$$\sum M_G^D = 0$$





Primer rešavanja Gerberove grede razdvajanjem u zglobu

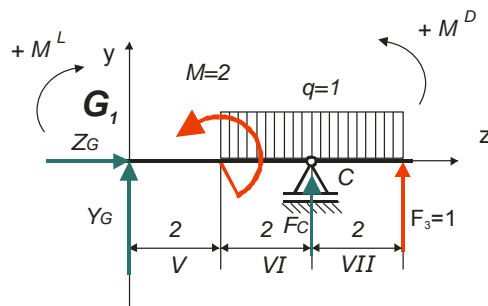


Na mestu razdvajanja, obavezno u zglobu, uvode se vertikalna i horizontalna sila koje zamenjuju uticaj odbačenog dela.

Pretpostavljaju se smerovi delovanja ali se u suprotnim smerovima prenose na odbačeni deo, što se i videlo na prethodnom slajdu.

Razdvajanje se vrši u zglobu jer je zglob takva veza da ne prenosi moment savijanja; u zglobu je moment savijanja sa leve i desne strane 0.

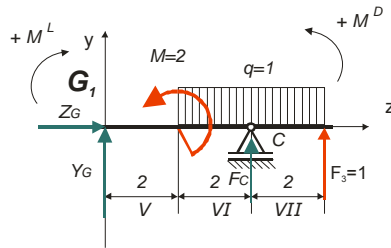
Primer rešavanja Gerberove grede razdvajanjem u zglobu



Na mestu razdvajanja, obavezno u zglobu, i kod desnog dela uvode se vertikalna i horizontalna sila koje zamenjuju uticaj odbačenog dela, ali suprotnih smerova od sila na rastavljenom levom delu.

Pošto je desni deo statički određen prvo njega rešavamo

Primer rešavanja Gerberove grede razdvajanjem u zglobu



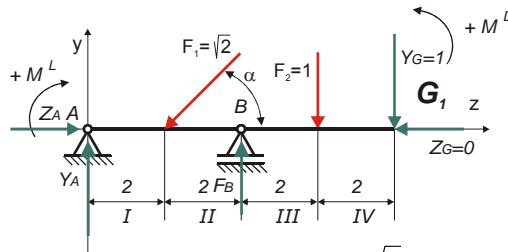
$$\sum Z_i = 0 \Rightarrow Z_{GD} = 0$$

$$\sum Y_i = Y_G - q \cdot 4 + F_C + F_3 = 0 \Rightarrow F_C = 4 \cdot q - Y_G - F_3 = 2 \text{ kN}$$

$$\sum M_C = Y_G \cdot 4 - M - F_3 \cdot 2 = 0 \Rightarrow Y_G = \frac{M + 2F_3}{4} = 1 \text{ kN}$$

Sa ovim vrednostima rešavamo LEVI deo Gerberove grede

Primer rešavanja Gerberove grede razdvajanjem u zglobu



$$\sum Z_i = Z_A - F_1 \sin 45^\circ = 0 \Rightarrow Z_A = F_1 \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \text{ kN}$$

$$\sum Y_i = Y_A - F_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + F_2 + F_B - Y_G = 0 \Rightarrow Y_A = Y_G + F_1 - F_2 - F_B = -1 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = F_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 - F_B \cdot 4 + F_2 \cdot 6 + Y_G \cdot 8 = 0 \Rightarrow$$

$$F_B = \frac{2F_1 + 6F_2 + 8 \cdot Y_G}{4} = 4 \text{ kN}$$

Ramovi – okvirni nosač

Analitički načini određivanja otpora
oslonaca i osnovni statički dijagrami

Ram – okvirni nosač

- Ramovi ili okvirni nosači sastoje se iz više prostih nosača koji su kruto spojeni pod izvesnim uglom i oslonjeni na nepokretne i pokretne oslonce
- Kao i kod ostalih nosača postje i ramovi sa Gerberovim zglobovima

Ram – okvirni nosač

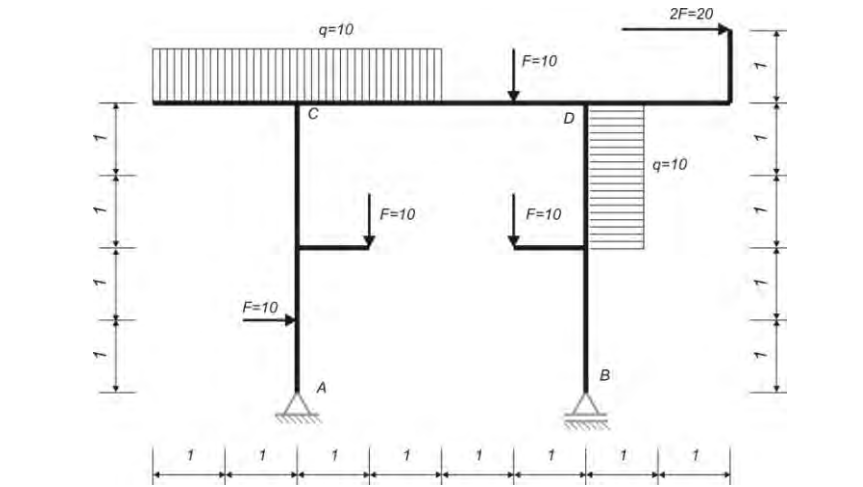
Potrebno je odrediti:

- Otpore oslonaca
- napisati izraze za aksijalnu silu, transverzalnu silu i moment savijanja
- Dijagram promene aksijalne sile
- Dijagram transverzalne sile
- Dijagram momenta savijanja
- Intenzitet maksimalnog momenta

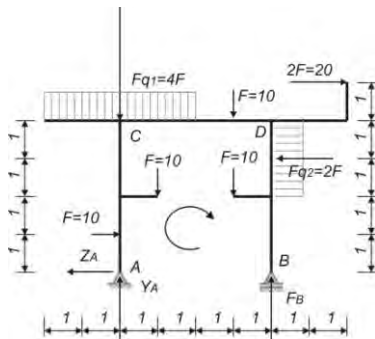
Ram – okvirni nosač

- Postupak pri određivanju reakcija veza i crtanju statičkih dijagrama potpuno je isti kao kod ostalih nosača
- Pri rešavanju treba se uvek postaviti tako da deo rama posmatramo sa njegove unutrašnje strane
- Saglasno konvenciji utvrđuju se znaci za aksijalnu transverzalnu silu i moment

Primer rama – određivanje otpora oslonaca



Primer rama – određivanje otpora oslonaca



$$F_{q1} = q \cdot 4 = 10 \cdot 4 = 4F = 40 \text{ kN}$$

$$F_{q2} = q \cdot 2 = 10 \cdot 2 = 2F = 20 \text{ kN}$$

$$Z_A = F = 10 \text{ kN}$$

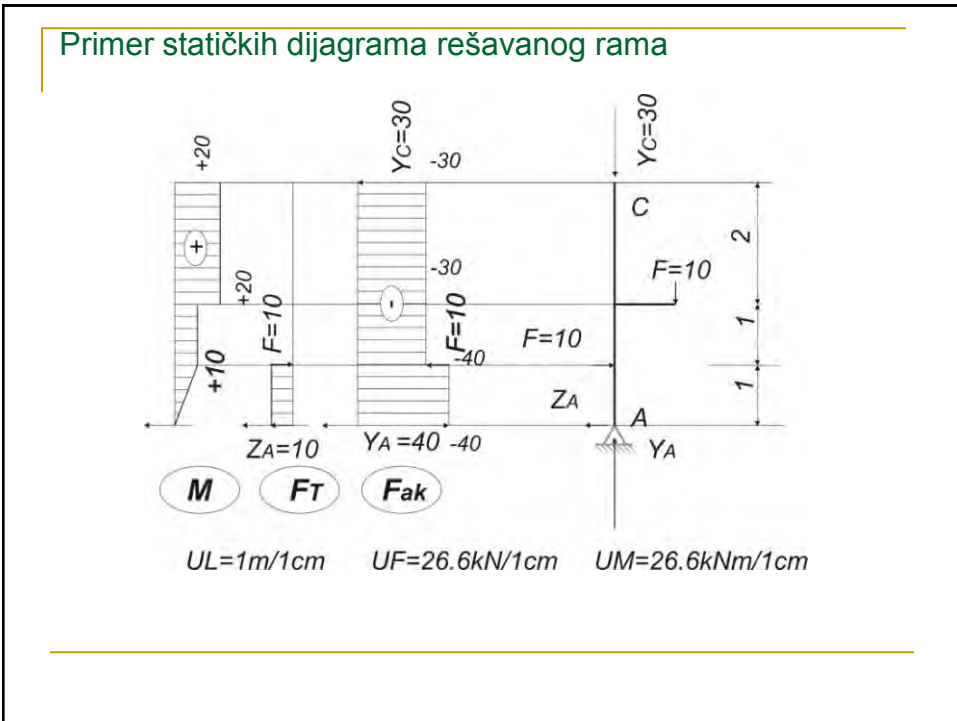
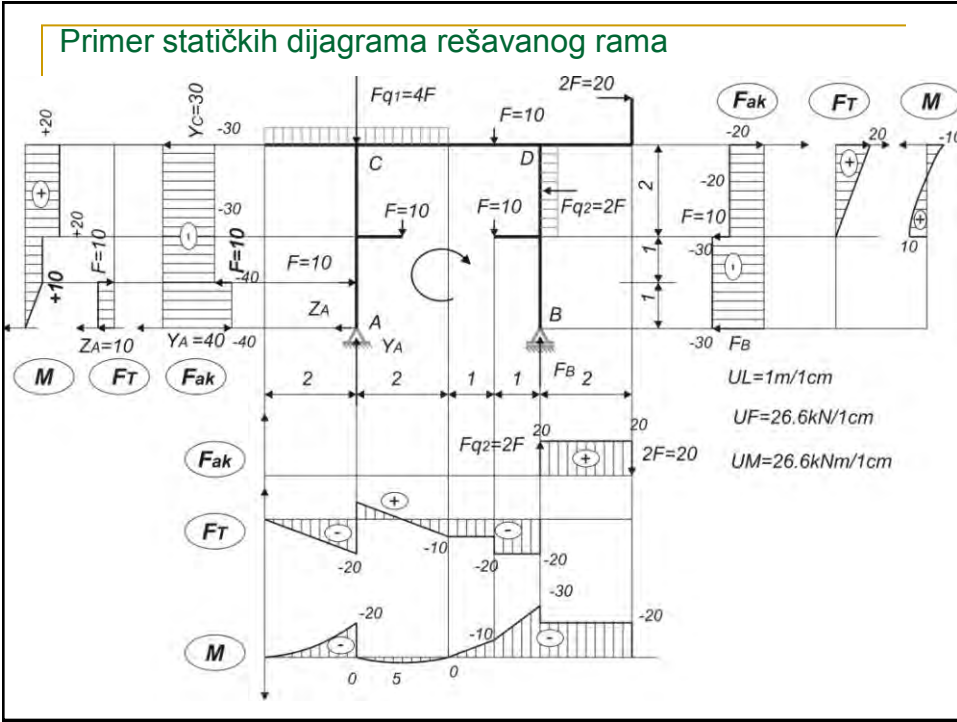
$$Y_A = 4F = 40 \text{ kN}$$

$$F_B = 3F = 30 \text{ kN}$$

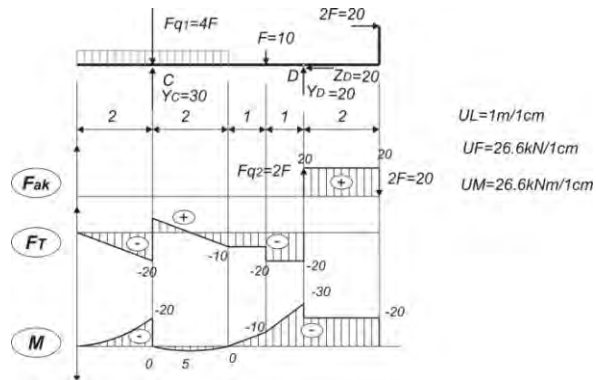
$$\sum Z_i = -Z_A + F + 2F - 2F = 0$$

$$\sum Y_i = Y_A + F_B - 7F = 0$$

$$\sum M_A = -4F_B + 1F + 1F + 3F + 5 \cdot 2F - 3 \cdot 2F + 3F = 0$$



Primer statičkih dijagrama rešavanog rama



Primer statičkih dijagrama rešavanog rama

