

TEŽIŠTE I PAPUS GULDENOVE TEOREME

Opšte napomene

Grafički rad raditi na uokvirenom papiru A4 sa tablicom (dat sa zadatkom)

Tekst i brojne izraze pisati čitko štampanim slovima: hemijskom olovkom, rapidografom ili rolerom u plavoj ili crnoj boji

Skice i slike raditi grafitnom olovkom u propisanoj razmeri

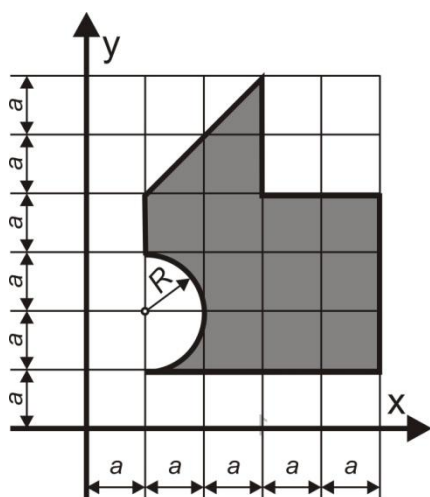
Pre konačne obrade doneti na pregled, krajnji rok za predaju sva tri rada je **30.01.2010.** god.

Predati grafički radovi su uslov izlaska na pismeni ispit.

Prilikom izrade prvog grafičkog rada poštovati sledeći redosled zapisa

1. Uraditi crtež površine čije se težište određuje u odgovarajućoj standardnoj razmeri uz poštovanje normi tehničkog crtanja
2. Izdeliti površinu na određen broj manjih površina za koje su poznati položaji težišta i površine
3. Na izdvojenim površinama označiti položaje pojedinačnih težišta
4. Izračunati pojedinačne površine izdvojenih površina ponaosob
5. Definisati koordinate težišta za svaku površinu ponaosob
6. Izračunati ukupnu površinu slike
7. Izračunati koordinate težišta
8. Nacrtao crtež površine u odabranoj razmeri sa ucrtanim položajem težišta površine
9. Izračunati tražene zapremine.
10. Po overi grafičkog rada ukoričiti ga sa ostalim grafičkim radovima iz Mehanike 1.

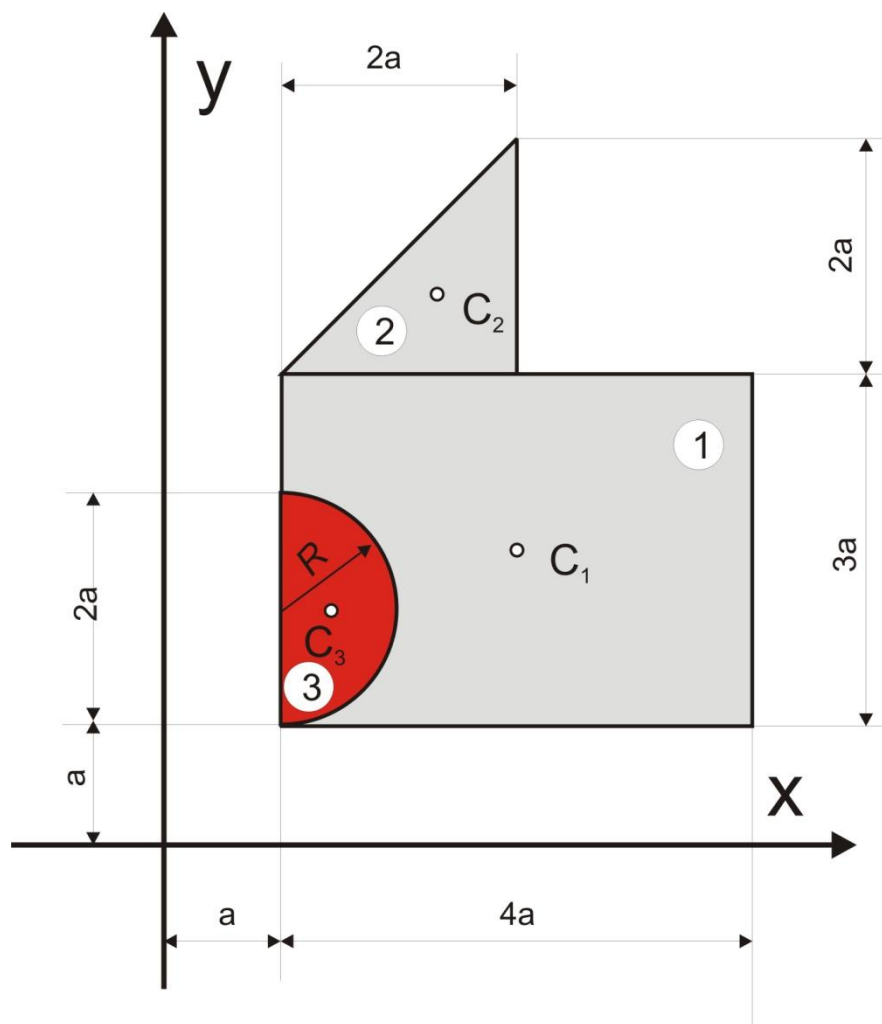
ZADATAK:



Za ravnu složenu površ, prikazanu na slici, čije su dimenzije $a=1\text{cm}$, $R=1a=1\text{cm}$. Odrediti:

- a) Položaj težišta
- b) Zapreminu obrtnog tela koje nastaje potpunim obrtanjem oko y ose

Slika tražene površine za $a=1\text{cm}$ u razmeri podeljena na površine



Izdvojene površine i njihove karakteristične veličine:

$$A_1 = 4a \cdot 3a = 12a^2 = 12 \text{ cm}^2 \quad C_1(3a, 2,5a) = (3; 2,5)$$

$$A_2 = \frac{2a \cdot 2a}{2} = 2a^2 = 2 \text{ cm}^2, \quad C_2\left(\frac{7a}{3}; \frac{14a}{3}\right) = (2,333; 4,666)$$

$$A_3 = \frac{a^2\pi}{2} = 1,5708\text{cm}^2, \quad C_3\left(a + \frac{4 \cdot a}{3\pi}; 2a\right) = (1,424; 2)$$

$$A = \sum A = A_1 + A_2 - A_3 = 12a^2 + 2a^2 - 1,5708a^2 = 12,429a^2 = 12,429 \text{ cm}^2$$

1. Koordinate težišta za date ose x i y

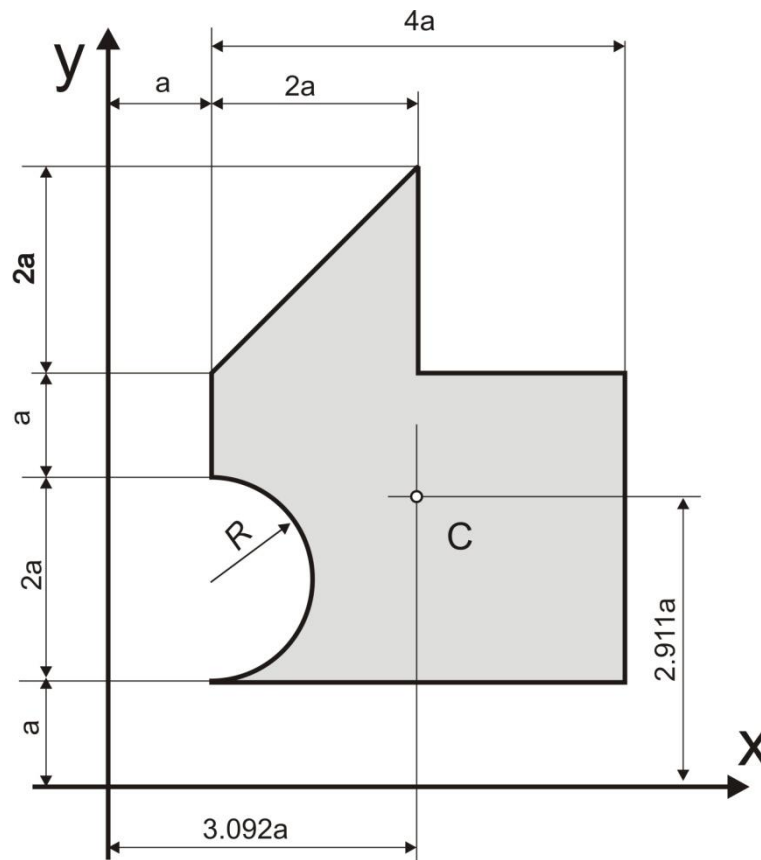
$$x_c = \frac{\sum A_i \cdot x_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 - A_3 \cdot x_3}{A_1 + A_2 - A_3}$$

$$x_c = \frac{12a^2 \cdot 3a + 2a^2 \cdot \frac{7}{3}a - \frac{a^2\pi}{2} \cdot 2}{12,429a^2} = \frac{12 \cdot 3 + 2 \cdot 2,333 - 1,5707 \cdot 1,424}{12,429} a = \frac{38,429}{12,429} a = 3,092a = 3,092 \text{ cm}$$

$$y_c = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 - A_3 \cdot y_3}{A_1 + A_2 - A_3}$$

$$y_c = \frac{12a^2 \cdot 2,5a + 2a^2 \cdot \frac{14}{3}a - \frac{a^2\pi}{2} \cdot 2}{12,429a^2} = \frac{12 \cdot 2,5 + 2 \cdot 4,66 - 1,5707 \cdot 2}{12,429} a = \frac{36,178}{12,429} a = 2,911a = 2,911cm$$

Slika površine sa ucrtanim težištem površine



2. Obrtna zapremina koja nastaje obrtanjem oko y ose za pun krug.

Ugao rotacije za pun krug je $\varphi = 2\pi$ rad

$x_c = 3,092a = 3,092cm$ udaljenost težišta od y ose

$$V_y = \varphi A x_c = 2\pi A x_c = 2\pi \cdot 12,429 \cdot 3,092 = 241,465 cm^3$$