

# Sistem sila u ravni primeri

primeri

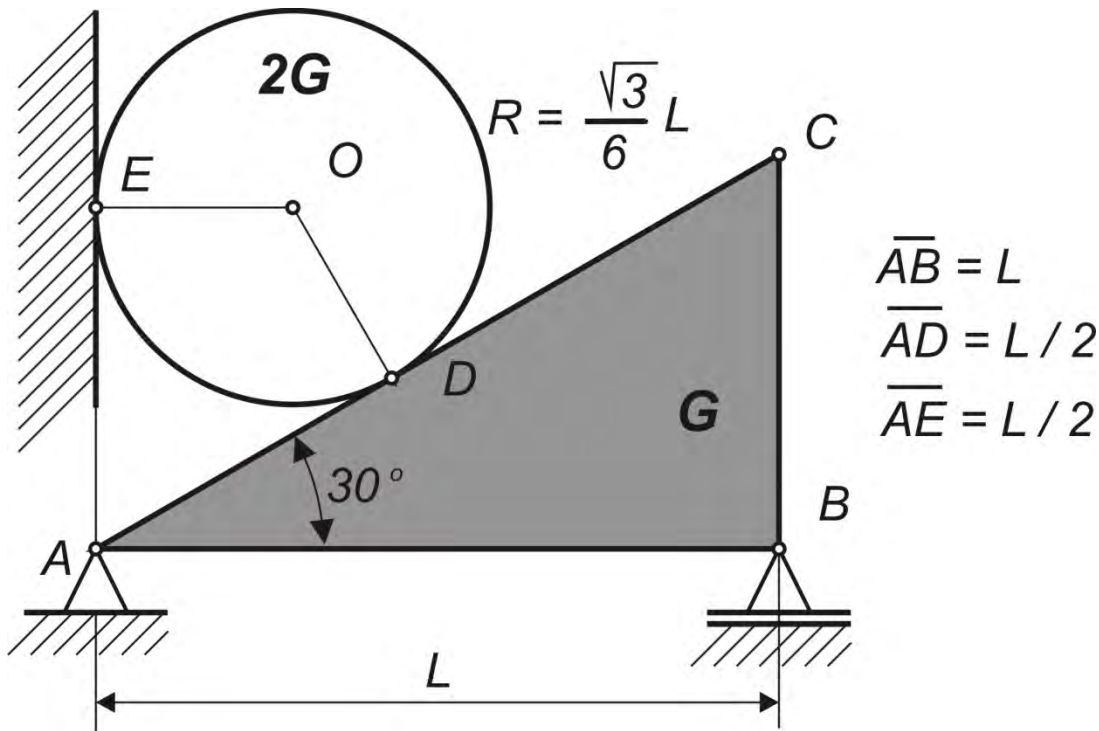
## ***Napomene o načinu rešavanja zadataka korišćenjem analitičkih uslova ravnoteže***

- Telo treba nacrtati u položaju u kome se ispituje ravnoteža;
- Izvršiti analizu sila koje deluju na telo i ucrtati ih;
- Telo osloboditi veza i ucrtati reakcije veza sa pretpostavljenim smerovima. Ako se za neku reakciju dobiju negativne brojne vrednosti smer reakcije je suprotan od pretpostavljenog;
- Proveriti broj nepoznatih i broj uslova ravnoteže;

## *Napomene o načinu rešavanja zadatka korišćenjem analitičkih uslova ravnoteže*

- Usvojiti položaj referentnog koordinatnog sistema: najčešće koordinatni početak poklopiti sa presečnom tačkom napadnih linija sila, a pravce osa tako da je što veći broj sila paralelan ili se poklapa sa njima
- Pošto su izvršene sve navedene analize postaviti uslove ravnoteže – napisati jednačine u koje ulaze i poznate i nepoznate sile. Rešavanjem jednačina odrediti nepoznate sile.

## Zadatak 1.



- Homogena ploča  $ABC$  oblika pravouglog trougla, težine  $G$ , čija je strana  $AB=L$ , se oslanja na nepokretan oslonac  $A$  i pokretan oslonac  $B$ . Homogeni disk težine  $2G$  i poluprečnika  $R$  oslanja se na stranu  $AC$  homogene ploče i na glatki vertikalni zid.
- Odrediti reakcije oslonca  $A$  i  $B$  i reakciju glatkog zida.

# ***Aksioma 6 – aksioma o vezama***

***Svako neslobodno ili vezano telo može se smatrati slobodnim, ako se veze uklone i dejstvo tih mehaničkih veza zameni reakcijama veza***

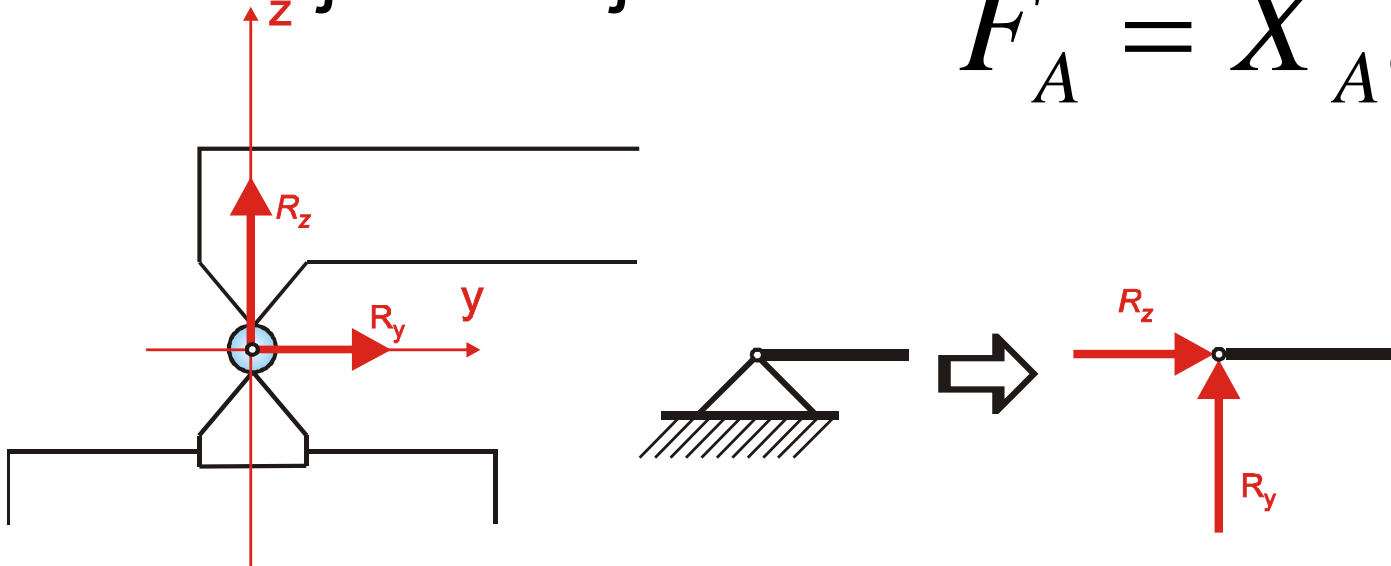
## Veze i reakcije veza

### cilindrični zglob u ravni

### Zglob A

- Cilindrični zglob je veza dva tela sa osovinom u ravni

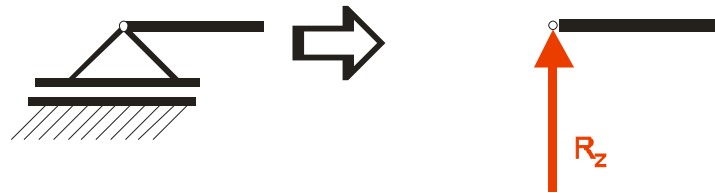
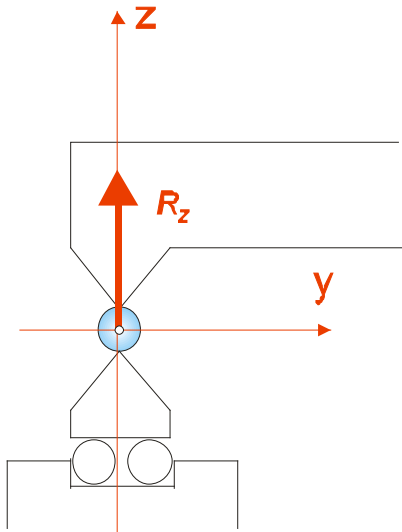
- Reakcija veze je **ravanska sila**  $\vec{F}_A = X_A \vec{i} + Y_A \vec{j}$



## Veze i reakcije veza

# Pokretni cilindrični zglob u ravnini **zglob B**

- *Pokretni cilindrični zglob je veza dva tela sa osovinom u ravni i mogućnošću kretanja po ležištu*
- *Reakcije veze je **normalna sila***

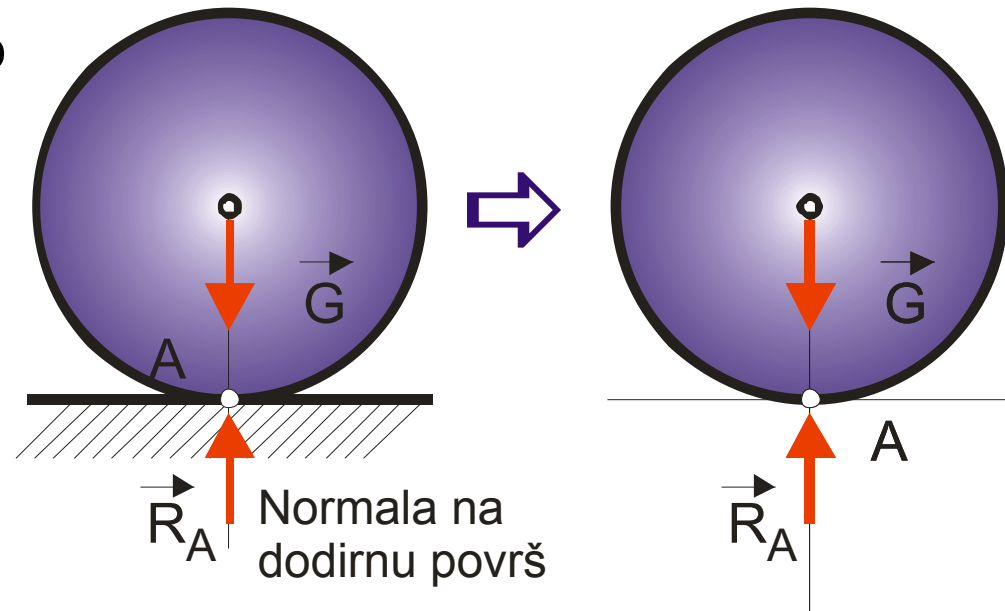


$$\vec{F}_B = F_B \vec{j}$$

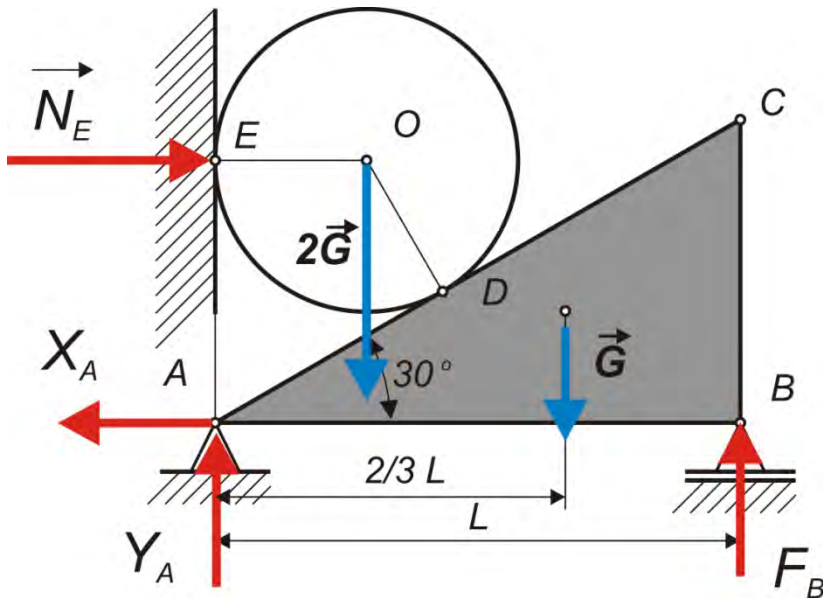
## Veze i reakcije veza

# GLATKA POVRŠ I GLATKI OSLONAC

- Glatka površ u statici je površina bez trenja koja se ne protivi silom ukoliko telo kliza po njoj
- Reakcija veze je **USMERENA PO ZAJEDNIČKOJ NORMALI NA DODIRNU POVRŠ**
- Vezu zamenjujemo reakcijom i dobijamo slobodno telo na koje deluje reakcija veze







Analiza zadatka  
nepoznatih 4  
broj uslova ravnoteže 3

- Ravanska sila nepokretnog oslonca ( $X_A, Y_A$ )
- Vertikalna sila pokretnog oslonca  $F_B$
- Horizontalna reakcija glatkog zida  $N_E$
- Broj nepoznatih veličina 4
- Broj jednačina za sistem kao celinu 3

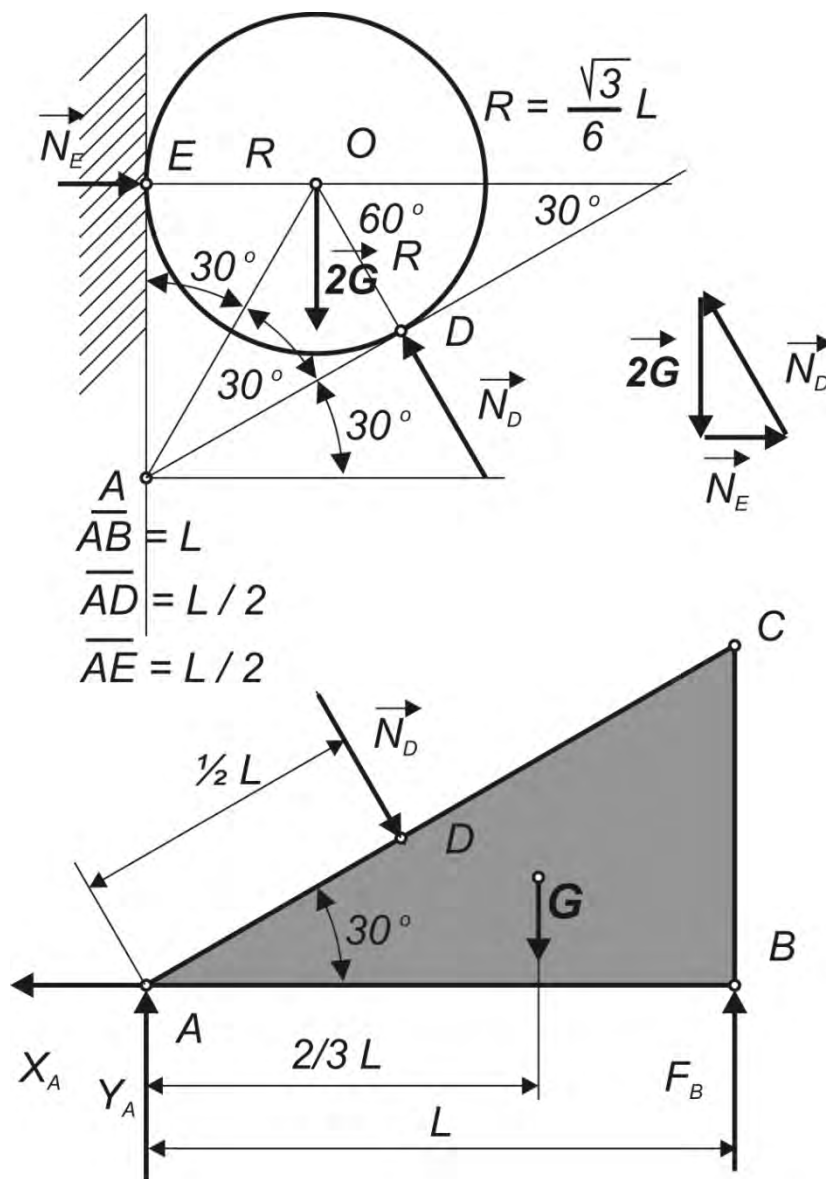
$$\sum X_i = 0$$

$$\sum Y_i = 0$$

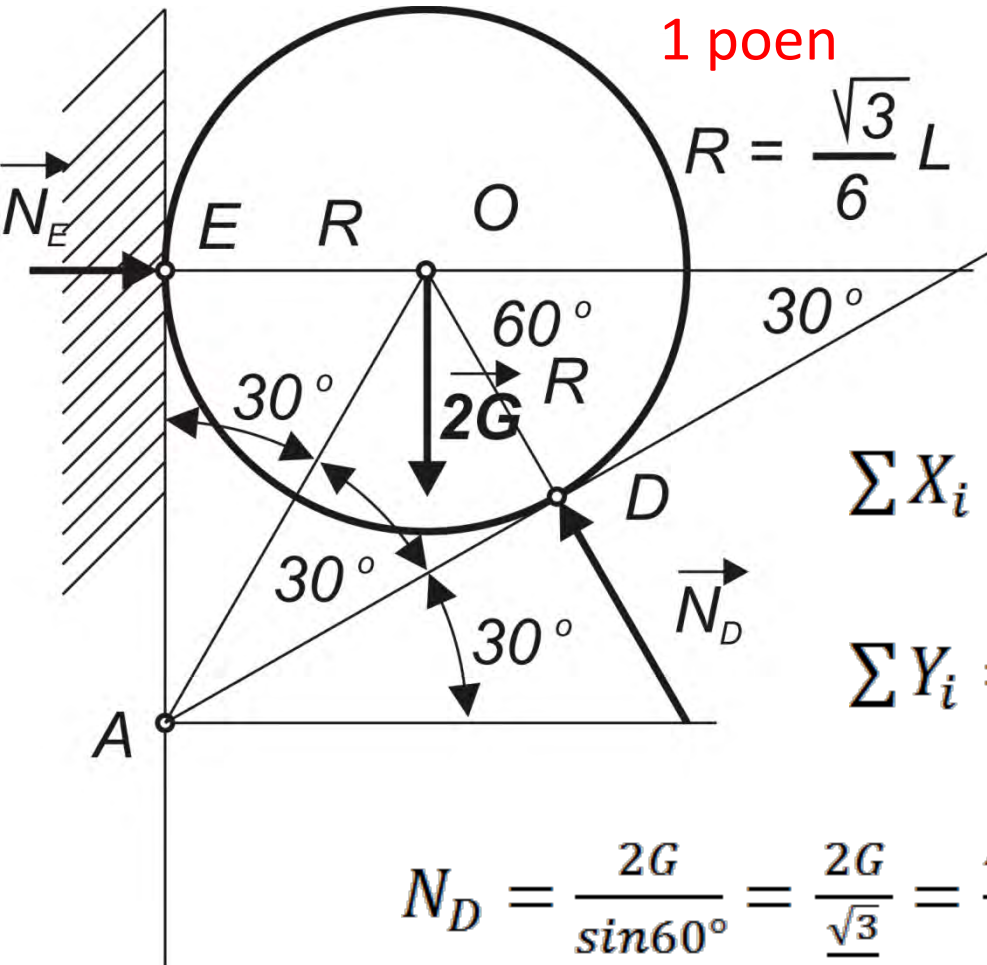
$$\sum M_A = 0$$

## Rastavljanje sistema na komponente

- Sistem se sastoji od diska trougaone ploče
- Ako se rastavi, pa se tela posmatraju slobodno a a uzajamno delovanje zameni reakcijama veza
- Dobijaju se dva tela
- Nepoznatih veličina 5
- Uslova ravnoteže 5 jer na disk deluju sučeljne sile



# Uslovravnoteže diska



$$\sum X_i = 0$$

$$\sum Y_i = 0$$

1 poen

$$\sum X_i = N_E - N_D \cos 60^\circ = 0 \rightarrow N_E$$

1 poen

$$\sum Y_i = N_D \sin 60^\circ - 2G = 0 \rightarrow N_D$$

$$N_D = \frac{2G}{\sin 60^\circ} = \frac{2G}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} G$$

1 poen

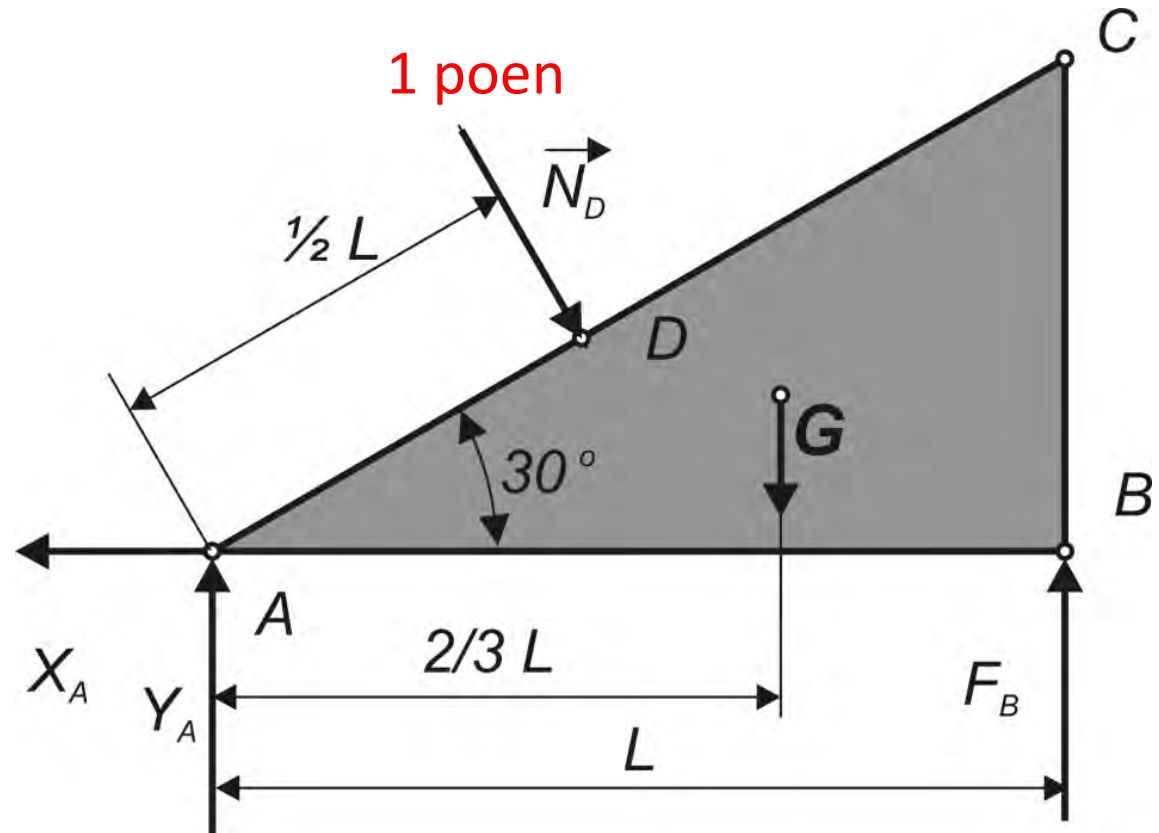
$$N_E = N_D \cos 60^\circ = \frac{4\sqrt{3}}{3} G \cdot \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3} G$$

1 poen

$$\sum X_i = 0$$

$$\sum Y_i = 0$$

$$\sum M_A = 0$$



$$\sum X_i = -X_A + N_D \cos 60^\circ = 0$$

1 poen

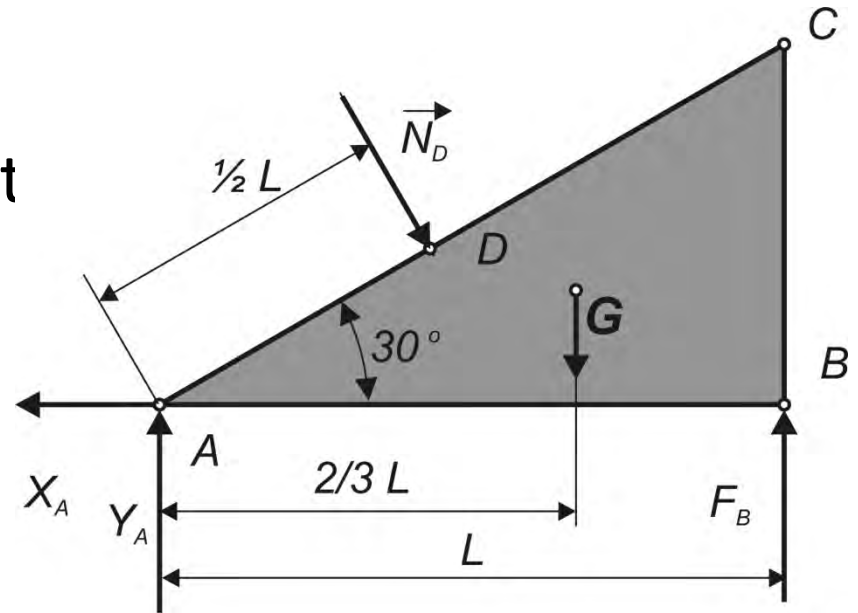
$$\sum Y_i = Y_A - N_D \sin 60^\circ - G + F_B = 0$$

1 poen

$$\sum M_A = N_D \frac{L}{2} + G \cdot \frac{2L}{3} - F_B \cdot L = 0$$

1 poen

Uslovi ravnosti



$$\sum X_i = -X_A + N_D \cos 60^\circ = 0$$

$$X_A = N_D \cos 60^\circ = \frac{4\sqrt{3}}{3} G \cdot \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3} G$$

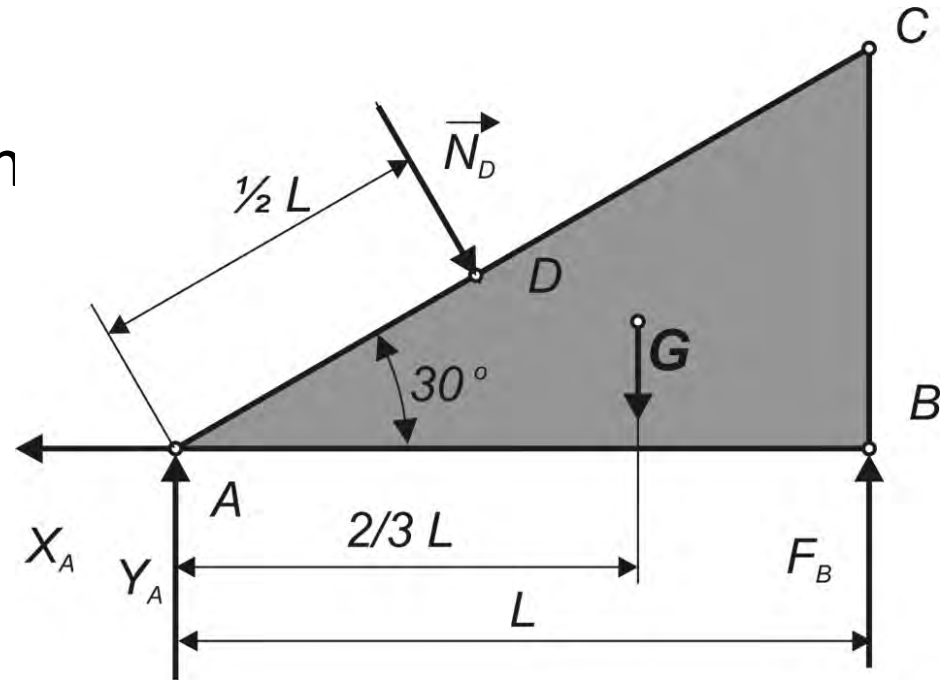
1 poen

$$\sum M_A = N_D \frac{L}{2} + G \cdot \frac{2L}{3} - F_B \cdot L = 0$$

$$F_B = \frac{4\sqrt{3}}{3} \frac{1}{2} G + G \cdot \frac{2}{3} = (\sqrt{3} + 1) \frac{2}{3} G$$

1 poen

Uslovi ravn



$$F_B = (\sqrt{3} + 1) \frac{2}{3} G$$

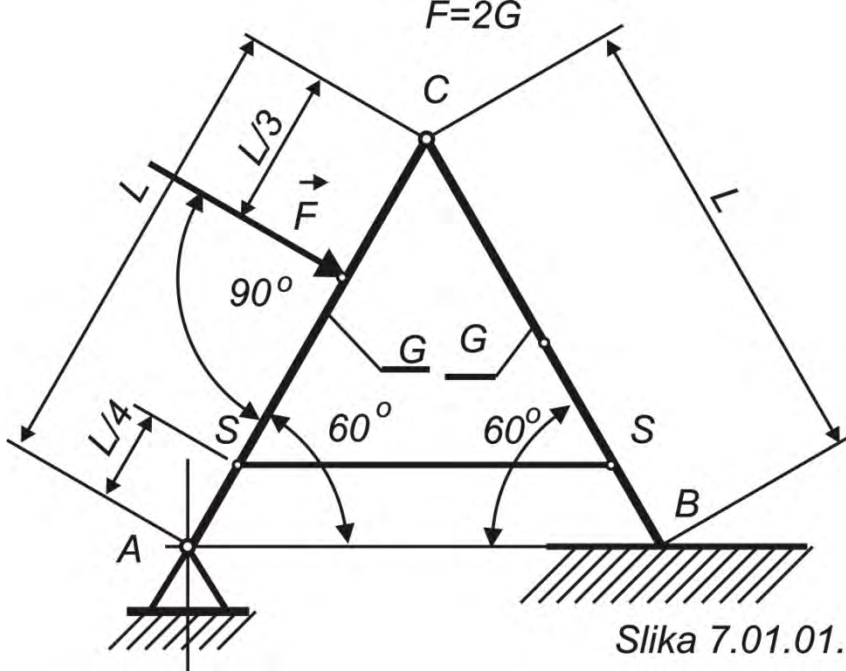
$$\sum Y_i = Y_A - N_D \sin 60^\circ - G + F_B = 0$$

$$Y_A = N_D \sin 60^\circ + G - F_B$$

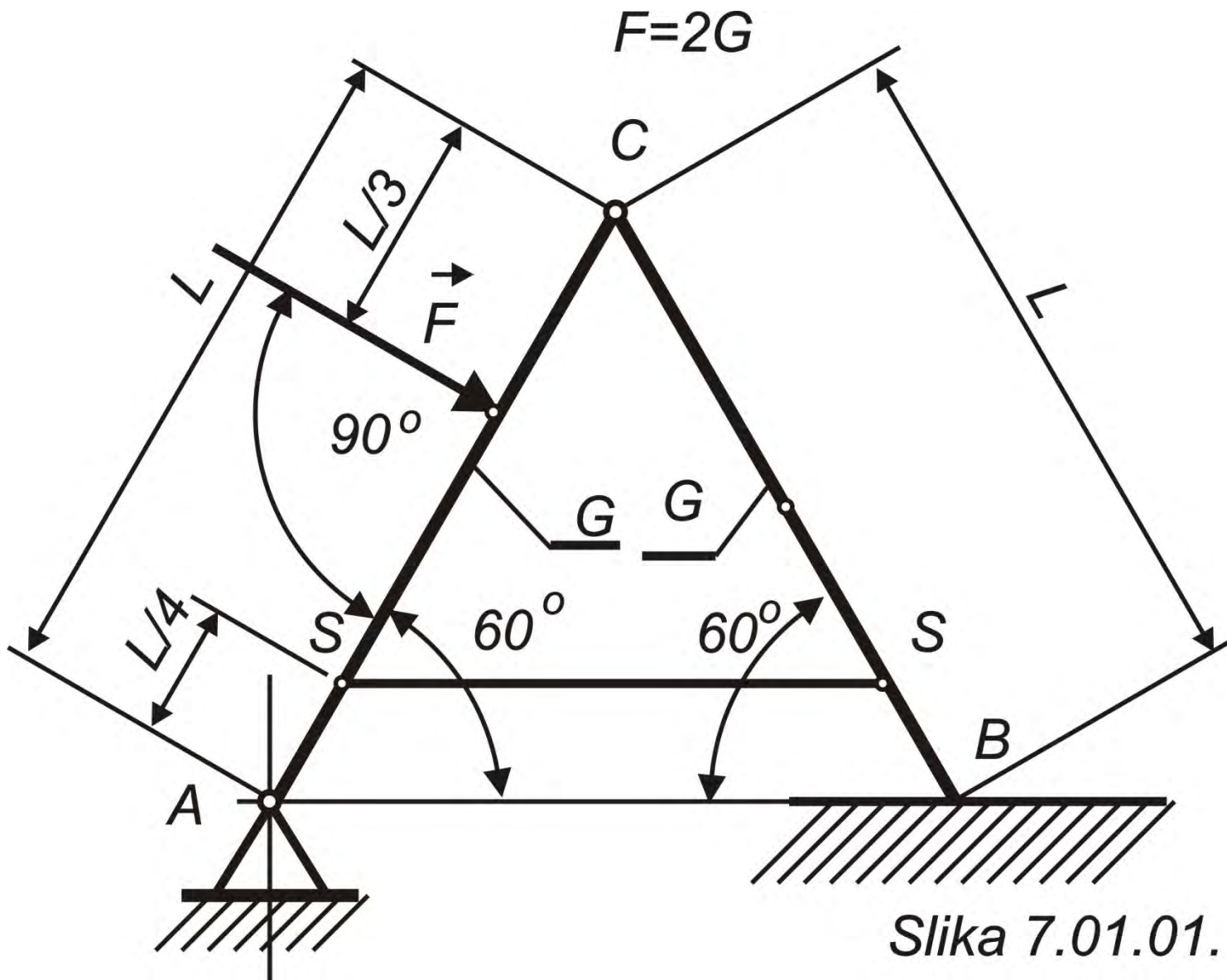
$$Y_A = \frac{4\sqrt{3}}{3} G \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + G - \frac{2+2\sqrt{3}}{3} G = \frac{7-2\sqrt{3}}{3} G$$

1 poen

## Zadatak 2.



Homogeni pravi štapovi AC i BC dužine  $L$  i težine  $G$  vezani su zglobno u tački C. Štapovi su povezani horizontalnim užetom S-S na  $1/4 L$  njihove dužine. U tački A štap AC je vezan zglobom a štap CB u tački B je oslonjen na idealno glatku horizontalnu podlogu. Tačke A i B su na istoj visini. Štapovi sa horizontalnom ravni zaklapaju uglove od  $60^\circ$ . Na  $1/3 L$  dužine štapa AC deluje sila  $F$  normalno na štap AC. Po intenzitetu sila jednaka  $F=2G$ , kao na slici. Ostale podatke uzeti sa slike.



Slika 7.01.01.



## ***Napomene o načinu rešavanja zadataka korišćenjem analitičkih uslova ravnoteže***

- Telo treba nacrtati u položaju u kome se ispituje ravnoteža;
- Izvršiti analizu sila koje deluju na telo i ucrtati ih;
- Telo osloboditi veza i ucrtati reakcije veza sa pretpostavljenim smerovima. Ako se za neku reakciju dobiju negativne brojne vrednosti smer reakcije je suprotan od pretpostavljenog;
- Proveriti broj nepoznatih i broj uslova ravnoteže;

## ***Napomene o načinu rešavanja zadatka korišćenjem analitičkih uslova ravnoteže***

- Usvojiti položaj referentnog koordinatnog sistema: najčešće koordinatni početak poklopiti sa presečnom tačkom napadnih linija sila, a pravce osa tako da je što veći broj sila paralelan ili se poklapa sa njima
- Pošto su izvršene sve navedene analize postaviti uslove ravnoteže – napisati jednačine u koje ulaze i poznate i nepoznate sile. Rešavanjem jednačina odrediti nepoznate sile.

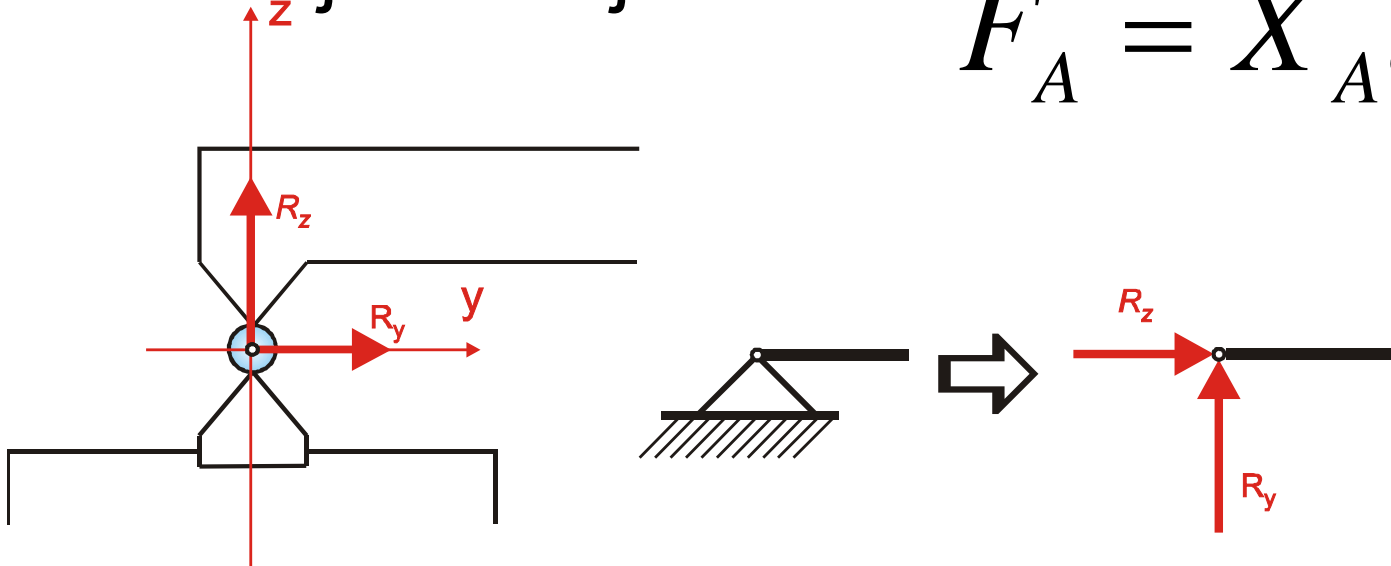
## ***Aksioma 6 – aksioma o vezama***

***Svako neslobodno ili vezano telo može se smatrati slobodnim, ako se veze uklone i dejstvo tih mehaničkih veza zameni reakcijama veza***

*Veze i reakcije veza*  
*cilindrični zglob u ravni*  
**Zglob A**

- Cilindrični zglob je veza dva tela sa osovinom u ravni

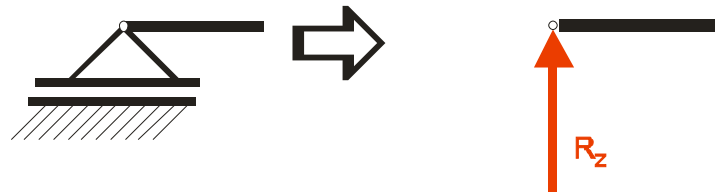
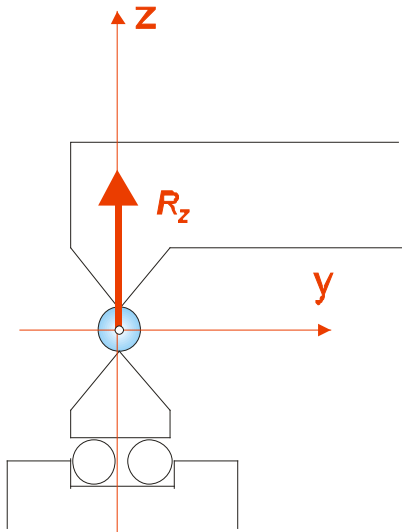
- Reakcija veze je **ravanska sila**  $\vec{F}_A = X_A \vec{i} + Y_A \vec{j}$



## Veze i reakcije veza

Pokretni cilindrični zglob u ravnini **zglob B**

- *Pokretni cilindrični zglob je veza dva tela sa osovinom u ravni i mogućnošću kretanja po ležištu*
- *Reakcije veze je **normalna sila***

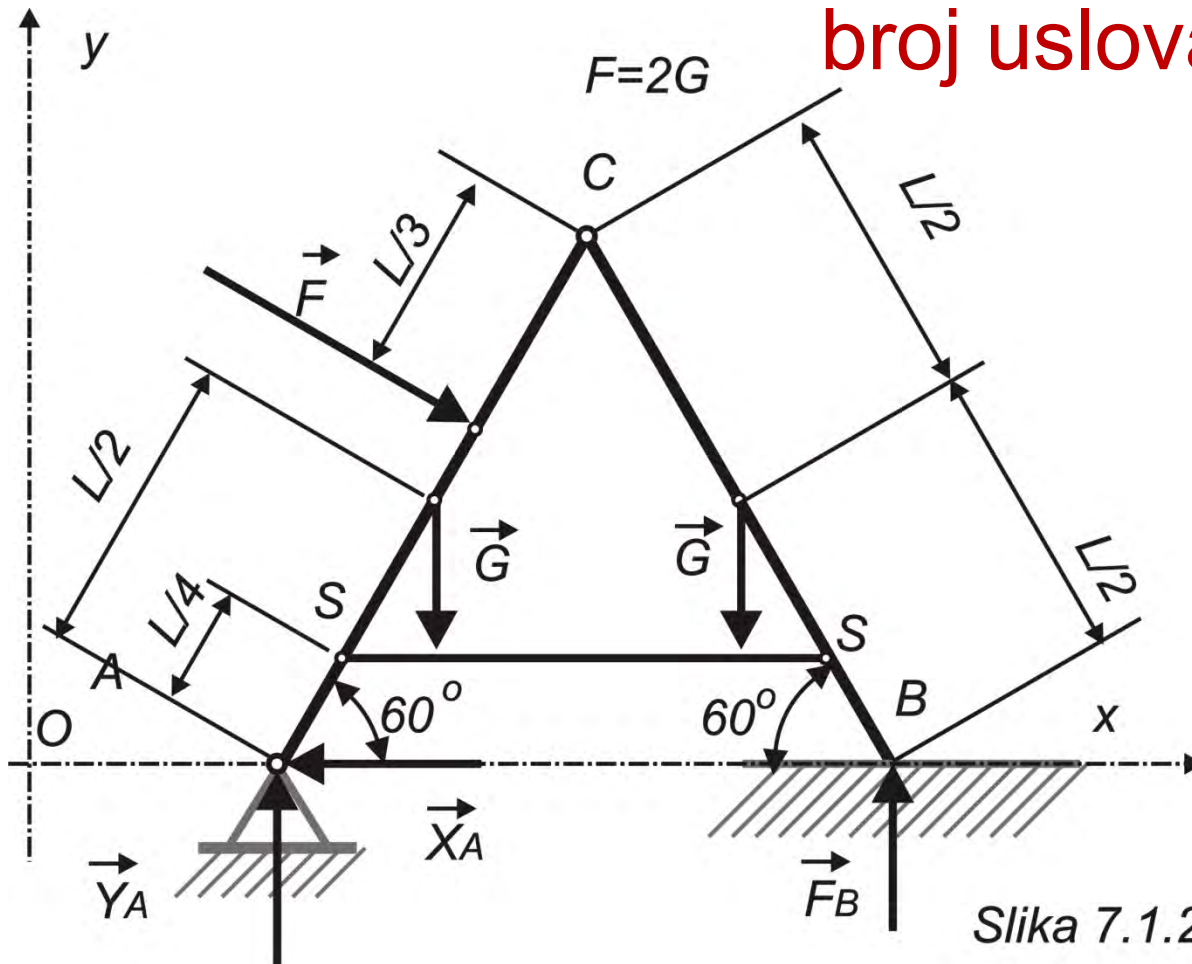


$$\vec{F}_B = F_B \vec{j}$$

# Sistem tela oslobođen veza

Analiza zadatka  
nepoznatih 3

broj uslova ravnoteže 3



$$\sum X_i = 0$$

$$\sum Y_i = 0$$

$$\sum M_A = 0$$

# Uslovi ravnoteže za sistem tela:

$$\sum X_i = -X_A + F \cos 30^\circ = 0 \quad 1 \text{ poen}$$

$$\sum Y_i = Y_A - F \sin 30^\circ - 2G + F_B = 0 \quad 1 \text{ poen}$$

$$\sum M_A = -F_B \cdot 2L \cdot \cos 60^\circ - G \frac{1}{2} L \cos 60^\circ - G \frac{3}{2} L \cos 60^\circ + F \frac{2}{3} L = 0 \quad 1 \text{ poen}$$

$$X_A = F \cos 30^\circ = 2G \frac{\sqrt{3}}{2} = G\sqrt{3} \quad 1 \text{ poen}$$

$$Y_A = 2G + F \sin 30^\circ - F_B = 2G + 2G \frac{1}{2} - F_B \quad 1 \text{ poen}$$

$$F_B = \frac{G \frac{1}{2} L \cos 60^\circ + G \frac{3}{2} L \cos 60^\circ + F \frac{2}{3} L}{2L \cdot \cos 60^\circ} \quad 1 \text{ poen}$$

$$X_A = F \cos 30^\circ = 2G \frac{\sqrt{3}}{2} = G\sqrt{3}$$

$$F_B = \frac{G \frac{1}{2} L \frac{1}{2} + G \frac{3}{2} L \frac{1}{2} + 2G \frac{2}{3} L}{2L \cdot \frac{1}{2}} = \frac{3+9+16}{12} G = \frac{28}{12} G = \frac{7}{3} G \quad 1 \text{ poen}$$

$$Y_A = 3G - \frac{7}{3} G = \frac{2}{3} G \quad 1 \text{ poen}$$

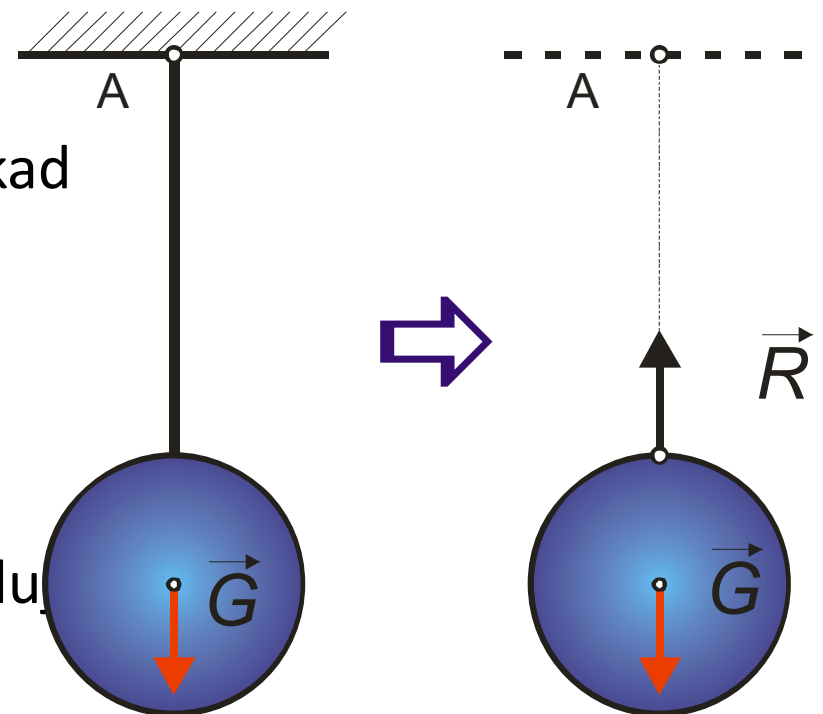
$$F_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{(G\sqrt{3})^2 + \left(\frac{2}{3}G\right)^2} = G \sqrt{\frac{31}{9}} = 1,856 G$$



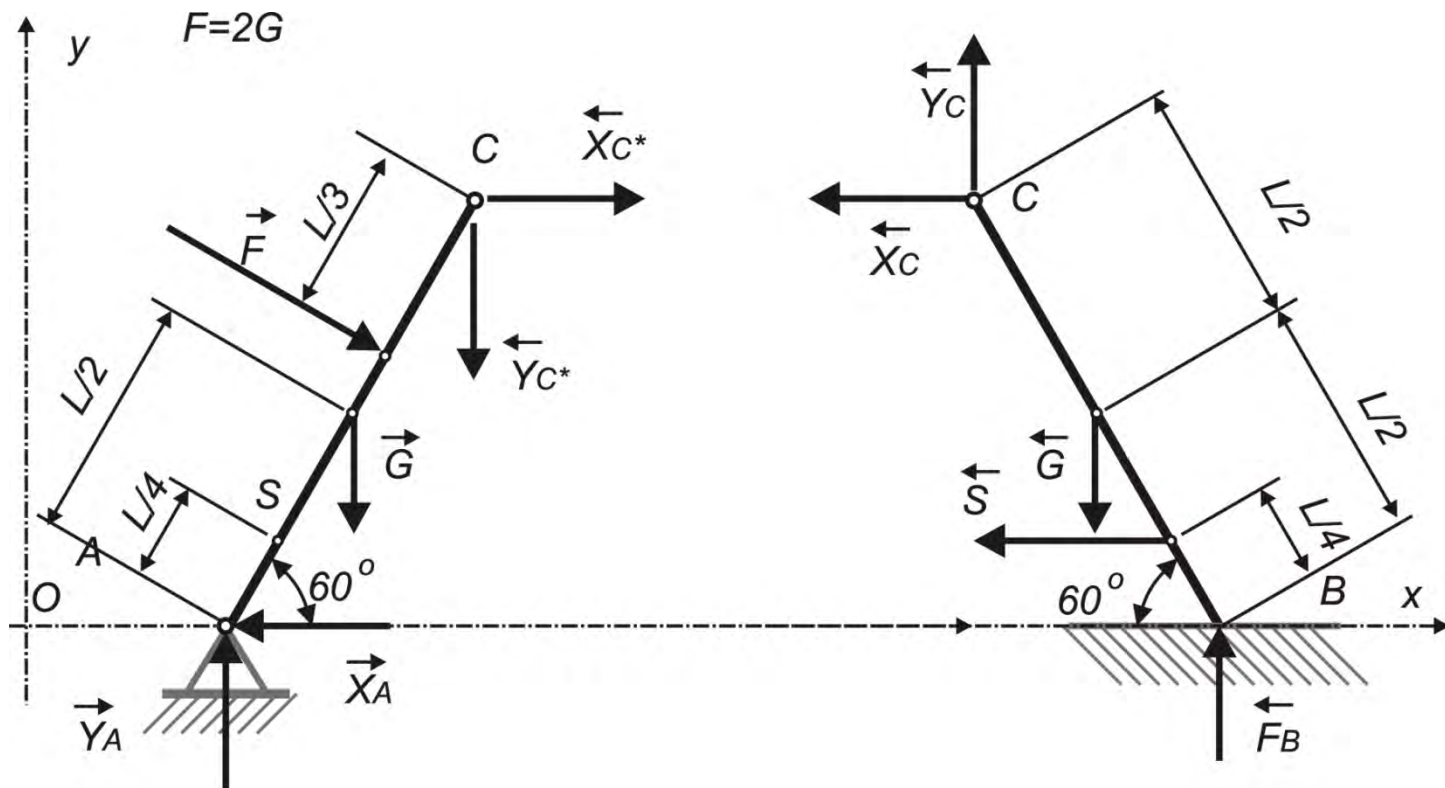
# Veze i reakcije veza

## NERASTEGLJIVO UŽE

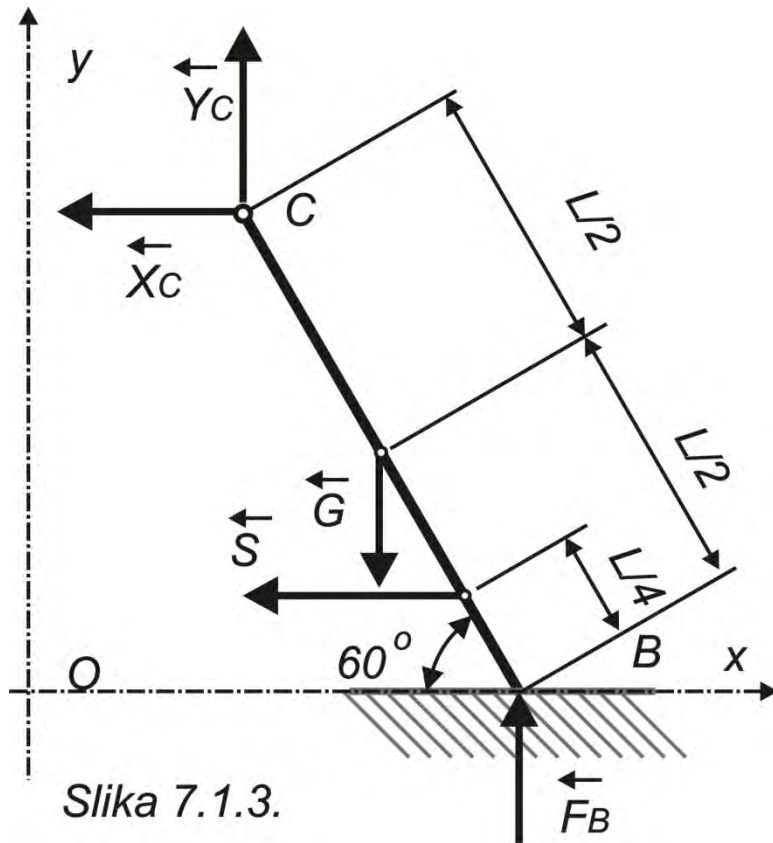
- Uže se smatra lakim (zanemarljive težine), idealno savitljivo i nerastegljivo
- Uže može da služi kao veza jedino kad je napregnuto na istezanje
- Reakcija veze je **U PRAVCU UŽETA I USMERENA JE KA TAČKI VEŠANJA**
- Vezu zamenjujemo reakcijom i dobijamo slobodno telo na koje deluju reakcija veze



Da bi se odredila sila u užetu sistem tela se mora rastaviti:



Najjednostavnije je rešavati samo desni štapi i postaviti momentnu jednačinu za tačku C.



$$\sum M_C = F_B L \cos 60^\circ - G \frac{L}{2} \cos 60^\circ - S \frac{3}{4} L \sin 60^\circ = 0 \quad 1 \text{ poen}$$

$$S \frac{3}{4} L \frac{\sqrt{3}}{2} = F_B L \frac{1}{2} - G \frac{L}{2} \frac{1}{2}$$

$$S = \left( \frac{28}{12} G \frac{1}{2} - G \frac{1}{4} \right) \frac{8}{3\sqrt{3}} = \frac{28-3}{12} \frac{8}{3\sqrt{3}} G = \frac{50\sqrt{3}}{27} G \quad 1 \text{ poen}$$

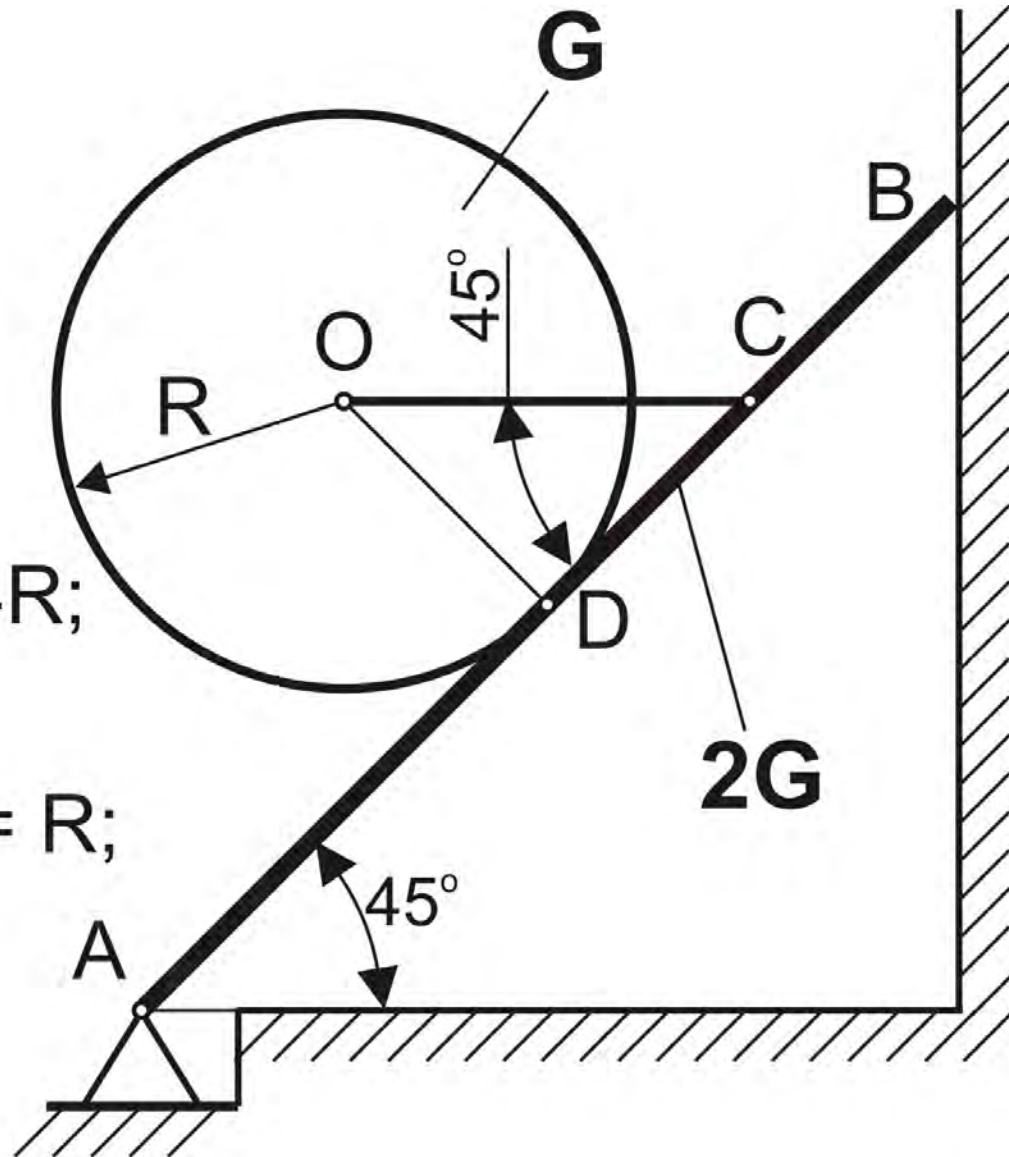
## kolokvijum2010

- istem krutih tela sastoji se od grede AB, dužine  $L = 4R$ , i težine  $2G$  i glatkog cilindra poluprečnika  $R$  i težine  $G$ . Greda je zglobno vezana u tački A, dok se u tački B oslanja na vertikalni glatki zid. Cilindar se održava u ravnotežnom položaju horizontalnim užetom vezanim u tački C za gredu AB. Težinu užeta zanemariti. Greda sa horizontalnom ravni i vertikalnim zidom zaklapa ugao od  $45^\circ$ .
- **Odrediti:** Reakcije veza A i B, kao i silu u horizontalnom užetu OC.
- Ostale potrebne podatke uzeti sa slike.

# kolokvijum2010

*I grupa*

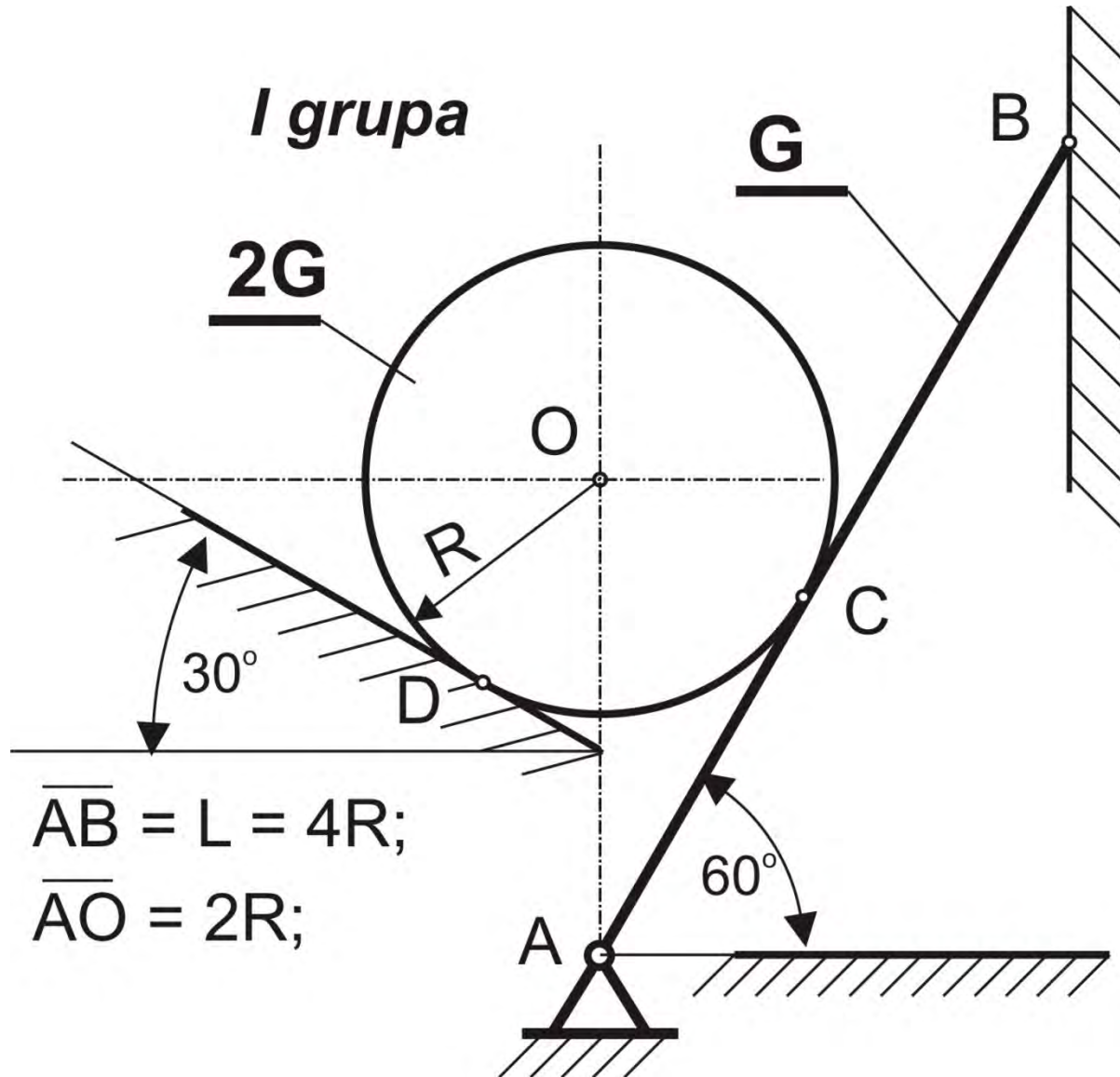
$$\begin{aligned}\overline{AB} &= L = 4R; \\ \overline{AD} &= 2R; \\ \overline{DC} &= \overline{CB} = R;\end{aligned}$$



# kolokvijum 2011

- Sistem krutih tela sastoji se od homogene pravougaone ploče ABCD, širine  $b$ , dužine  $a$  i težine  $G$ , zglobno vezane u tački A. Ploča je u temenu B vezana idealnim nerastegljivim horizontalnim užetom. Na idealno glatku ivicu ploče DC oslonjen je glatki valjak poluprečnika  $R$  i težine  $2G$  i on je idealnim nerastegljivim užetom vezan za teme ploče D. Strana ploče DC zaklapa ugao od  $30^\circ$  sa horizontalom. Uže koje spaja centar valjka O sa tačkom D je horizontalno. Za prikazani položaj ravnoteže odrediti:
- Spoljašnje reakcije veza sistema tela i unutrašnje sile u užetu DO i silu pritiska diska na ploču, odnosno ploče na disk. Ostale potrebne podatke videti sa slike.
- Obavezno koristiti oznake date na slici i označiti reakcije veza.
- Zadatak se predaje sa vežbankom i upisanim podacima studenta a može se koristiti i za označavanje reakcija veza.

# kolokvijum 2011

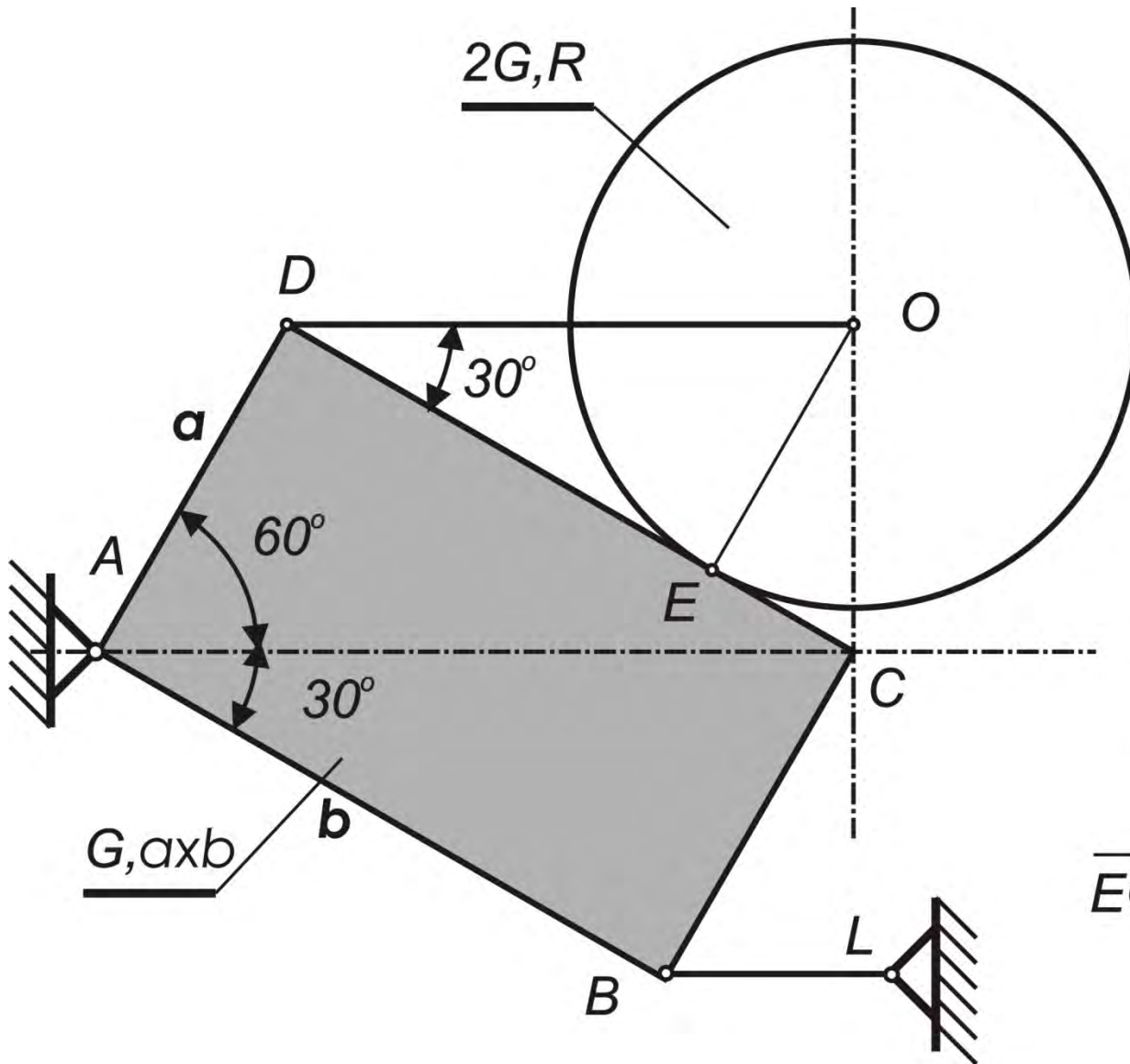


## kolokvijum 2012

- Sistem krutih tela sastoji se od homogene pravougaone ploče ABCD, širine  $b$ , dužine  $a$  i težine  $G$ , zglobno vezane u tački A. Ploča je u temenu B vezana idealnim nerastegljivim horizontalnim užetom. Na idealno glatku ivicu ploče DC oslonjen je glatki valjak poluprečnika  $R$  i težine  $2G$  i on je idealnim nerastegljivim užetom vezan za teme ploče D. Strana ploče DC zaklapa ugao od  $30^\circ$  sa horizontalom. Uže koje spaja centar valjka  $O$  sa tačkom D je horizontalno. Za prikazani položaj ravnoteže odrediti:
- Spoljašnje reakcije veza sistema tela i unutrašnje sile u užetu DO i silu pritiska diska na ploču, odnosno ploče na disk. Ostale potrebne podatke videti sa slike.
- Obavezno koristiti oznake date na slici i označiti reakcije veza.



# kolokvijum 2012



$$\overline{AD} = \overline{BC} = a$$

$$\overline{AB} = b = a\sqrt{3}$$

$$\overline{DO} = \frac{3}{2} a$$

$$\overline{EO} = R = \frac{3}{4} a$$