Динамика возила

- ПРИМЕРИ ЗА ИЗРАДУ СЕМИНАРСКОГ РАДА –

НАСТАВНИ МАТЕРИЈАЛ ЗА ИЗВОЂЕЊЕ АУДИТОРНИХ ВЕЖБИ

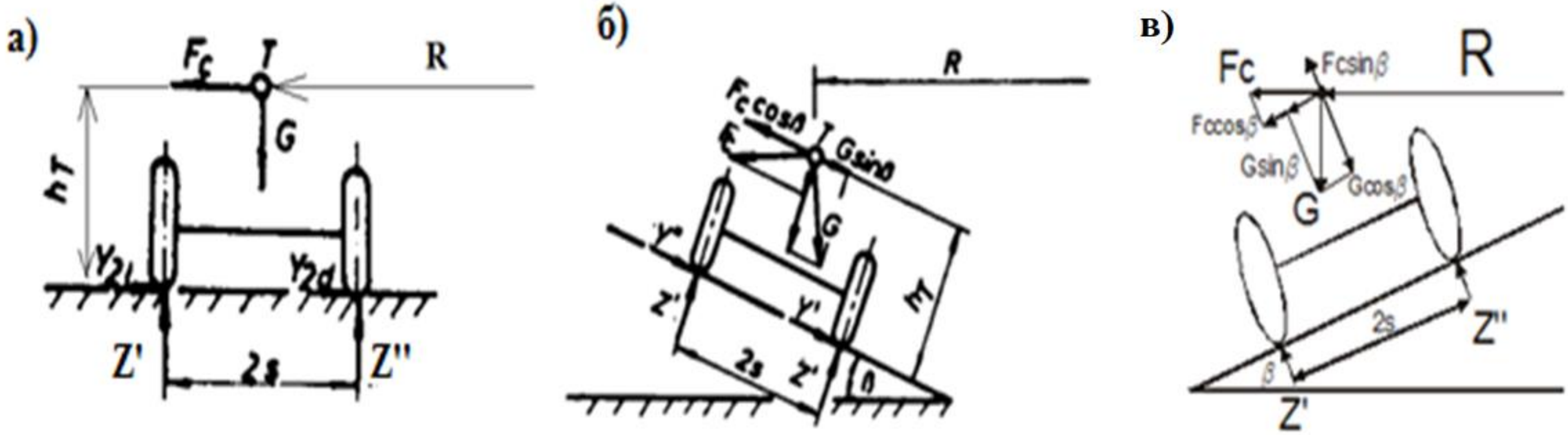
ОБЛАСТ
СТАБИЛНОСТ ВОЗИЛА

Преметни професор:
Др Бранислав Александровић, дипл. инж

Асистент:
Васиљевић Саша, маст. инж. маш.

ГРАНИЧНЕ ВРЕДНОСТИ БРЗИНЕ

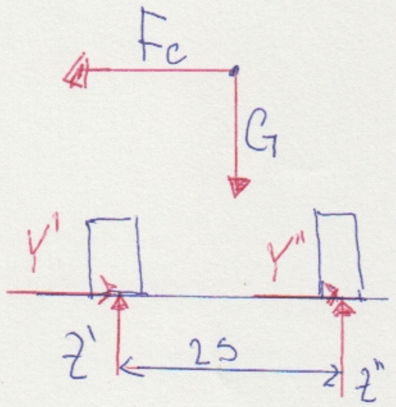
ТРИ СПЕЦИФИЧНА СЛУЧАЈА

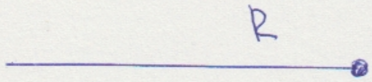


ГРАНИЧНА ВРЕДНОСТ КЛИЗАЊА

ГРАНИЧНА ВРЕДНОСТ ПРЕВРТАЊА

БЕЗ НАГИБА





ПРЕВРТАЊЕ

$$Z'' \le 0$$

$$Z''\cdot 2S + Fc\cdot h_t - G\cdot \cancel{2}S = 0$$

$$Z''\cdot 2S = Fc\cdot h_t - G\cdot S$$

$$Z'' \le Fc\cdot\frac{h_t}{2S} - \frac{G}{2} \;\Big|\cdot 2S$$

$$0 \le Fc\cdot h_t - G\cdot S$$

$$0 \le \frac{m\cdot V^2}{R}\cdot h_t - m\cdot g\cdot S$$

$$m\cdot g\cdot S \le \frac{mV^2}{R}\cdot h_t \;\Big|:m\;\Big|\cdot R\;\Big|:h_t$$

$$\frac{R\cdot \cancel{m}\cdot g\cdot S}{\cancel{m}\cdot h_t} \le V^2$$

$$\sqrt{\frac{R\cdot g\cdot S}{h_t}} \le V$$

$$Y' + Y'' \le F_c$$

$$\varphi\cdot(Z' + Z'') \le F_c$$

$$\varphi\cdot(G) \le \frac{m\cdot V^2}{R}$$

$$\varphi\cdot m\cdot g \le \frac{m\cdot V^2}{R} \;\Big|:m\;\Big|\cdot R$$

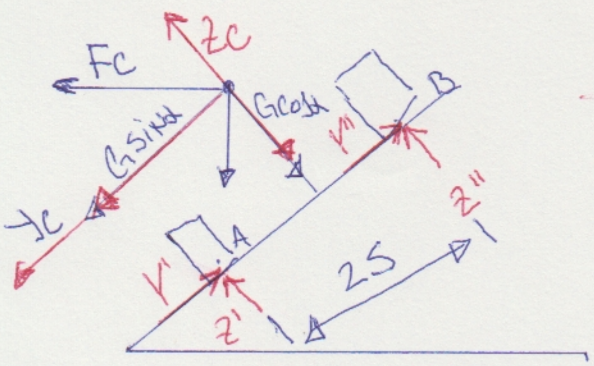
$$\varphi\cdot\frac{R\cdot\cancel{m}\cdot g}{\cancel{m}} \le V^2$$

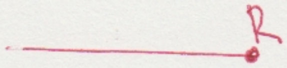
$$\varphi\cdot R\cdot g \le V^2$$

$$\sqrt{\varphi\cdot R\cdot g} \le V$$

$$V \ge \sqrt{\frac{g\cdot R\cdot S}{h_t}}$$

① КОНТРА НАГИБ





а) ПРЕВРТАЊЕ ВОЗИЛА

$$Z'' \le 0$$

$$\overset{\curvearrowleft}{\sum_A}$$

$$Z'\cdot 2S + Y_C\cdot h_t + G\sin\alpha\cdot h_t + Z_C\cdot S - G\cos\alpha\cdot S = 0$$

$$Z'\cdot 2S \le +G\cos\alpha\cdot S - Y_C\cdot h_t - Z_C\cdot S - G\sin\alpha\cdot h_t$$

$$Z' \ge \frac{1}{2S}\left(S\cdot(G\cos\alpha - Z_C) - h_t(Y_C + G\sin\alpha)\right)$$

$$0 \ge \frac{1}{2}(G\cos\alpha - Z_C) - \frac{h_t}{2S}(Y_C + G\sin\alpha) \quad |\cdot 2S$$

$$0 \ge S\cdot(G\cos\alpha - Z_C) - h_t(Y_C + G\cdot\sin\alpha)$$

$$0 \ge S\cdot G\cos\alpha - S\cdot Z_C - h_t\cdot Y_C + G\cdot h_t\cdot\sin\alpha$$

$$0 \ge S\cdot G\cos\alpha - \frac{G}{g}\cdot\frac{V^2}{R}\cdot\sin\alpha\cdot S - h_t\cdot\frac{G}{g}\cdot\frac{V^2}{R}\cdot\cos\alpha - G\cdot h_t\cdot\sin\alpha$$

$$0 \ge S - \frac{1}{g}\cdot\frac{V^2}{R}\cdot tg\alpha\cdot S - h_t\cdot\frac{1}{g}\cdot\frac{V^2}{R} - h_t\cdot tg\alpha$$

$$\frac{V^2}{R}\cdot\frac{1}{g}\cdot tg\alpha\cdot S + \frac{V^2}{R}\cdot\frac{1}{g} + h_t \ge S - h_t\cdot tg\alpha$$

$$\frac{V^2}{R}\cdot(S\cdot tg\alpha + h_t) \ge g\cdot(S - h_t\cdot tg\alpha)$$

$$V=\sqrt{R\cdot g\cdot\frac{S-tg\alpha\cdot h_t}{h_t+S\cdot tg\alpha}}$$

2) КЛИЗАЊЕ

② КОНТРА НАГИБ

$$Y' + Y'' \leq Y_C + G\sin\alpha$$

$$\varphi(Z' + Z'') \leq Y_C + G\sin\alpha$$

$$Z' + Z'' = ?$$

$$\sum Z_0 = 0 \uparrow +$$

$$Z' + Z'' + Z_C - G\cos\alpha = 0$$

$$Z' + Z'' = G\cos\alpha - Z_C$$

$$\varphi \cdot (G\cos\alpha - Z_C) \leq Y_C + G\sin\alpha$$

$$\varphi \cdot \left(G\cos\alpha - \frac{G}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \sin\alpha\right) \leq \frac{G}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \cos\alpha + G \cdot \sin\alpha$$

$$\varphi \cdot G\cos\alpha - \varphi \cdot \frac{G}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \sin\alpha \leq \frac{G}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \cos\alpha + G \cdot \sin\alpha$$

$$\varphi - \varphi \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot tg\alpha \leq \frac{1}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot + tg\alpha$$

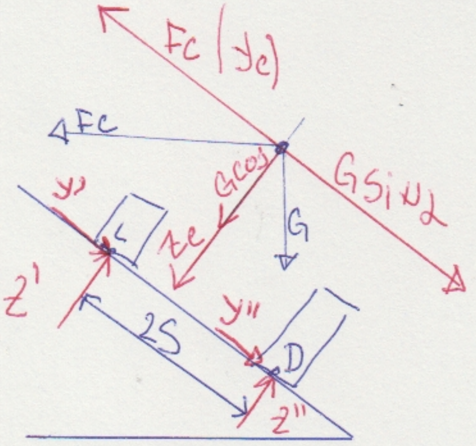
$$\varphi - tg\alpha \leq \frac{1}{g}\frac{V^2}{R} + \varphi \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot tg\alpha$$

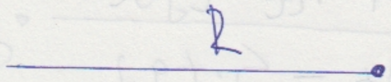
$$g \cdot (\varphi - tg\alpha) \leq \frac{V^2}{R} (1 + \varphi \cdot tg\alpha)$$

$$\frac{V^2}{R} \cdot (1 + \varphi \cdot tg\alpha) \geq g \cdot (\varphi - tg\alpha)$$

$$V \geq \sqrt{R \cdot g \frac{\varphi - tg\alpha}{1 + \varphi \cdot tg\alpha}}$$

1





НАСТАЈЕ ИЗБАЦИВАЊЕ ОКО z'

$$F_c = \frac{m \cdot V^2}{R}$$

$$y_c = F_c \cdot \cos\alpha = \frac{G}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \cos\alpha$$

$$z_c = F_c \cdot \sin\alpha = \frac{G}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \sin\alpha$$

а) ПРЕВРТАЊЕ

$$z'' \le 0$$

$$\sum M_L = 0$$

$$z'' \cdot 2S - S \cdot (G\cos\alpha + z_c) + (y_c - G\sin\alpha) \cdot h_t = 0$$

$$z'' = \frac{1}{2S} \cdot \left(S \cdot (G\cos\alpha + z_c) - (y_c - G\sin\alpha) \cdot h_t\right) \le 0$$

$$0 \ge \frac{1}{2}(G\cos\alpha + z_c) - \frac{h_t}{2S}(y_c - G\sin\alpha) \; / \cdot 2S$$

$$0 \ge S \cdot \left(G\cos\alpha + \frac{G}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \sin\alpha\right) - h_t \left(\frac{G}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \cos\alpha - G \cdot \sin\alpha\right)$$

$$0 \ge S \cdot \left(1 + \frac{1}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot tg\alpha\right) - h_t \cdot \left(\frac{1}{g} \cdot \frac{V^2}{R} - tg\alpha\right)$$

$$0 \ge S + S \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot tg\alpha - h_t \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{V^2}{R} + h_t \cdot tg\alpha$$

$$h_t \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{V^2}{R} - S \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot tg\alpha \ge S + h_t \cdot tg\alpha \; / \cdot g$$

$$\frac{V^2}{R}(h_t - S \cdot tg\alpha) \ge S + h_t \cdot tg\alpha$$

$$\frac{V^2}{R} \geq \frac{S + h_t \cdot tg\alpha}{h_t - S \cdot tg\alpha} \cdot g$$

$$V^{*} \geq \sqrt{\frac{S + h_t \cdot tg\alpha}{h_t - S \cdot tg\alpha} \cdot g \cdot R}$$

5) Клизање 2 - нагиб +

$$Y_c - G\sin\alpha \geq y' + y''$$

$$Y_c - G\sin\alpha \geq \varphi' \cdot Z_1' + \varphi'' \cdot Z''$$

$$\varphi' = \varphi''$$

$$Y_c - G\sin\alpha \geq \varphi \cdot (Z' + Z'') \qquad Z_1 + Z_2 = G\cos\alpha + Z_c$$

$$Y_c - G\sin\alpha \geq \varphi \cdot (G\cos\alpha + Z_c)$$

$$\frac{G}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \cos\alpha - G\sin\alpha \geq \varphi \cdot \left(G\cos\alpha + \frac{G}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \sin\alpha\right)$$

$$\frac{G}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \cos\alpha - G\sin\alpha \geq \varphi \cdot G\cos\alpha + \varphi \cdot \frac{G}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \sin\alpha$$

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{V^2}{R} - tg\alpha \geq \varphi \cdot + \varphi \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot tg\alpha$$

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{V^2}{R} - \varphi \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot tg\alpha \geq \varphi + tg\alpha$$

$$\frac{V^2}{R} \cdot (1 - tg\alpha \cdot \varphi) \geq g \cdot (\varphi + tg\alpha)$$

$$V^2 \geq R \cdot g \cdot \frac{\varphi + tg\alpha}{1 - tg\alpha \cdot \varphi}$$

$$V \cdot \geq \sqrt{R \cdot g \cdot \frac{\varphi + tg\alpha}{1 - tg\alpha \cdot \varphi}}$$

Возило масе 1200 kg, $h_t = 0,9$ $2S = 2,5$
креће се у кривини радијуса 170 m $\varphi = 0,7$
и контра нагибом од $6°$. Одредити гр. бр.

$$V_p \geq \sqrt{R \cdot g \cdot \frac{S - h_t \cdot tg\alpha}{h_t + S \cdot tg\alpha}}$$

$tg6° = -0,29101$

$$V_p \geq \sqrt{9,81 \cdot 170 \cdot \frac{1,25 - 0,9 \cdot (-0,29101)}{0,9 + 1,25 \cdot (-0,29101)}}$$

$$V_p \geq \sqrt{4702,041}$$

$V_p \geq 68,57143$ m/s

$\boxed{V_p \geq 246,857 \text{ km/h}}$

$$V_k \geq \sqrt{g \cdot R \, \frac{\varphi - tg\alpha}{1 + tg\alpha \cdot \varphi}}$$

$$V_k \geq \sqrt{9,81 \cdot 170 \cdot \frac{0,7 - (-0,29101)}{1 + 0,7 \cdot (-0,29101)}}$$

$$V_k \geq \sqrt{2075,502}$$

$V_k \geq 45,558$ m/s

$V_k \geq 164,01 \frac{km}{h}$

Возило следећих карактеристика:
m: 1600 kg $h_t = 0,87m$ $2S = 2,2$

у кривини
Креће се ~~по~~ путу са нагибом
3°, радијуса 145m и пријањања $\varphi = 0,7$
израчунати граничне брзине

а) превртање

$$V_p \geq \sqrt{R \cdot g \cdot \frac{S + h_t \cdot tg\alpha}{h_t - S tg\alpha}}$$

$$V_p \geq \sqrt{9,81 \cdot 145 \cdot \frac{1,1 + 0,87 \cdot (-0,14255)}{0,87 - 1,1 \cdot (-0,14255)}}$$

$$V_p \geq \sqrt{1352,043}$$

$$V_p \geq 36,77 \ m/s$$

$$\boxed{V_p \geq 132,37 \ \frac{km}{h}}$$

$$V_k \geq \sqrt{g \cdot R \cdot \frac{\varphi + tg\alpha}{1 - \varphi \cdot tg\alpha}}$$

$$V_k \geq \sqrt{9,81 \cdot 145 \cdot \frac{0,7 + (-0,14255)}{1 - 0,7 \cdot (-0,14255)}}$$

$$V_k \geq \sqrt{720,9998}$$

$$V_k \geq 26,85 \ m/s$$

$$V_k \geq 96,665 \ km/h$$

НЕМА НАГИБА

$2S = 2{,}4\,m \quad h_t = 0{,}86 \quad \varphi = 0{,}4 \quad R = 120\,m$

$$V_P \geq \sqrt{R \cdot g \cdot \frac{S}{h_t}}$$

$$V_P = \sqrt{120 \cdot 9{,}81 \cdot \frac{1{,}2}{0{,}86}}$$

$$V_P \geq \sqrt{1642{,}605}$$

$$\boxed{\begin{aligned} V_P &\geq 40{,}53\ m/s \\ V_P &\geq 145{,}905\ km/h \end{aligned}}$$

$$V_K \geq \sqrt{R \cdot g \cdot \varphi}$$

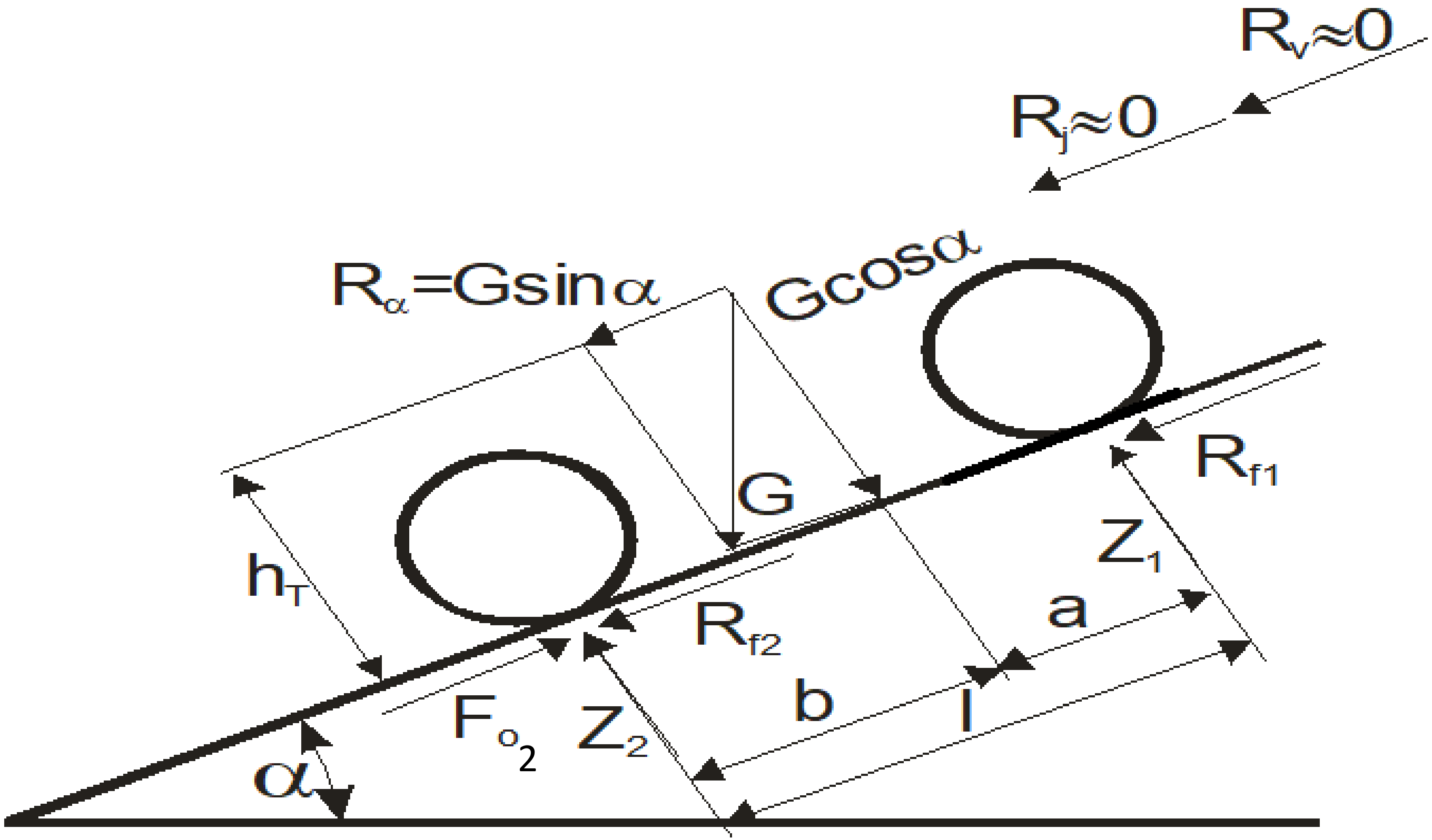
$$V_K \geq \sqrt{120 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}4}$$

$$V_K \geq \sqrt{470{,}88}$$

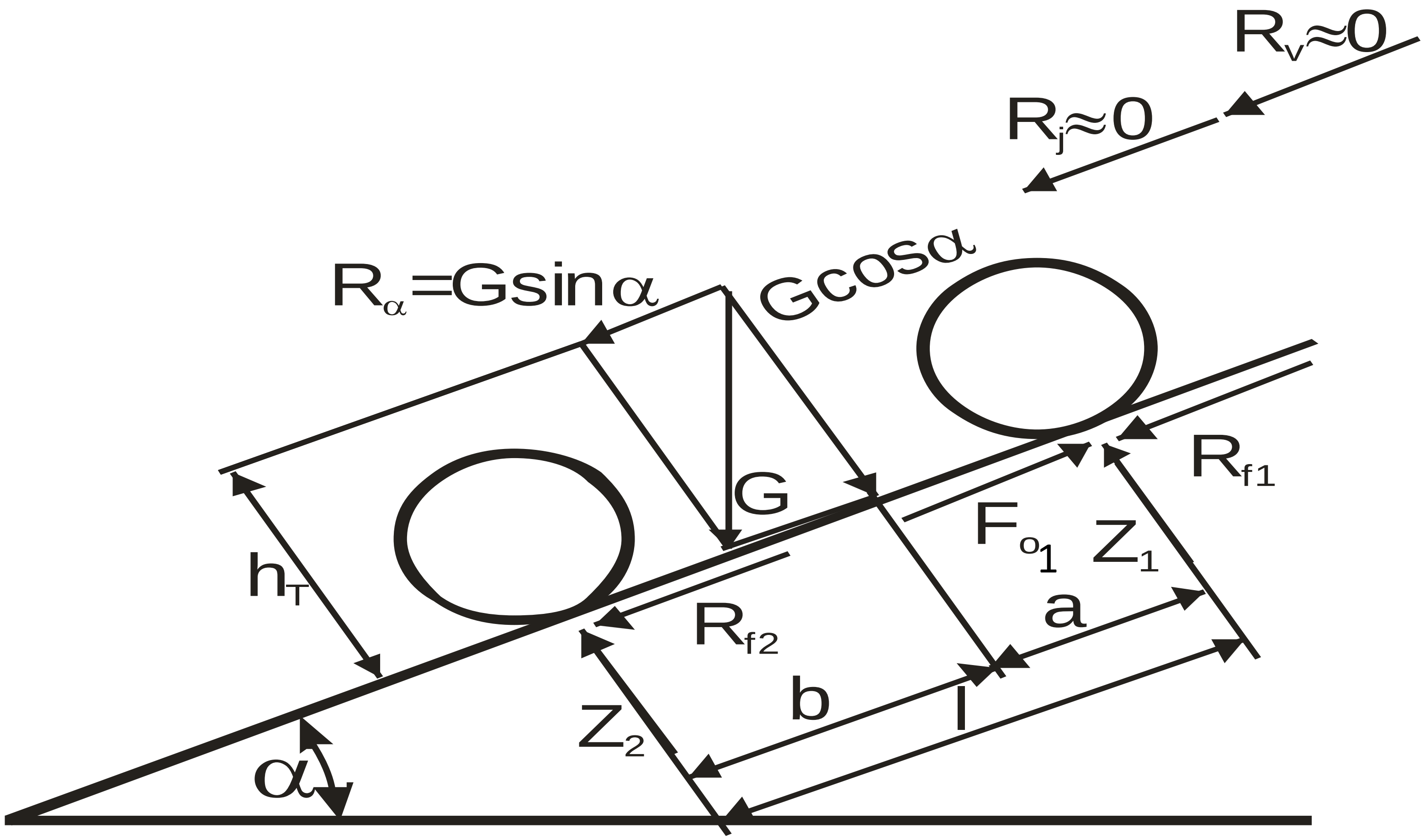
$$\boxed{\begin{aligned} V_K &\geq 21{,}69\ m/s \\ V_K &\geq 78{,}12\ km/h \end{aligned}}$$

МАКСИЛНИ УСПОН КОЈИ ВОЗИЛО МОЖЕ ДА САВЛАДА СА АСПЕКТА ПУТА

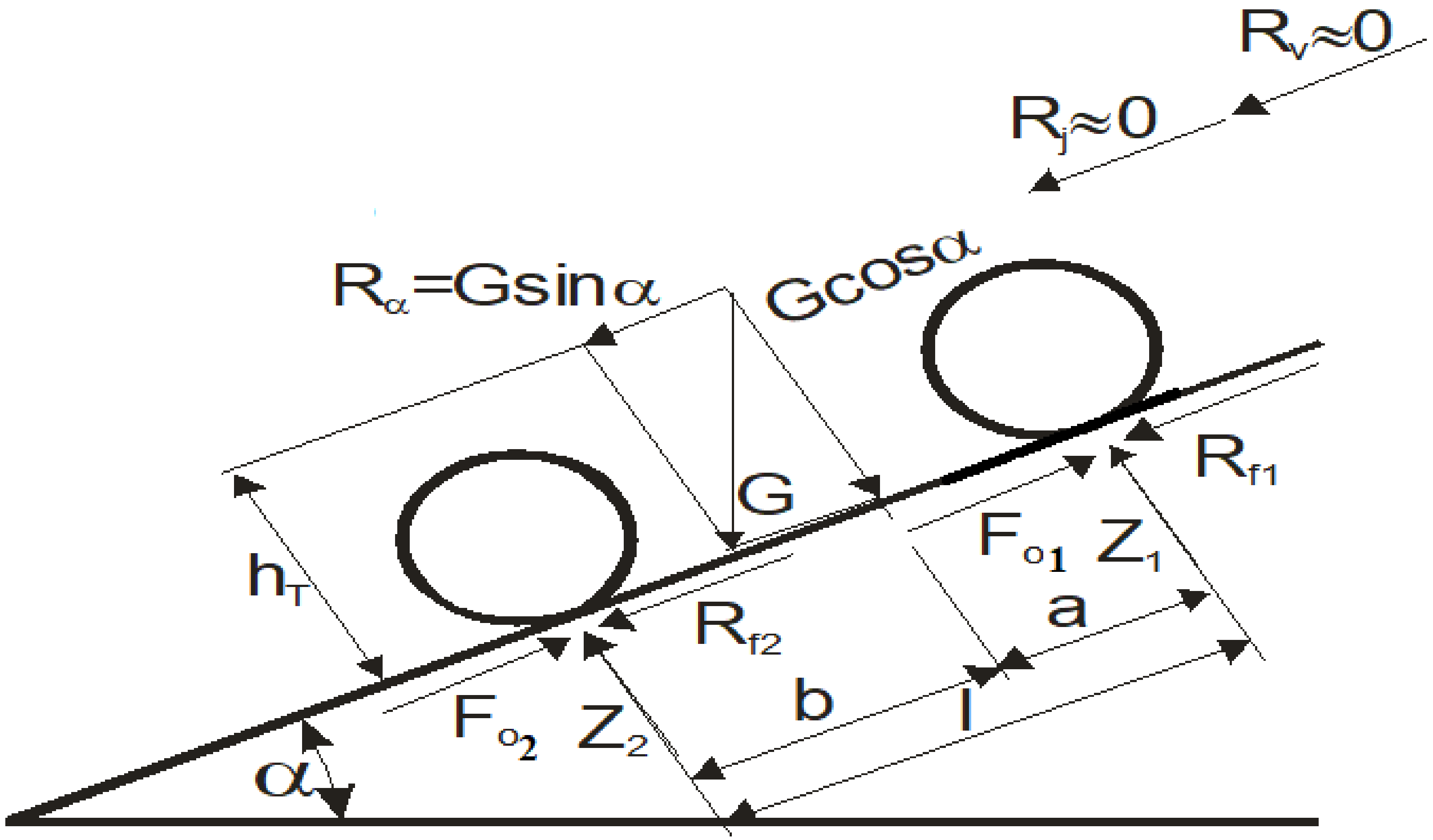
ПОГОН ВОЗИЛА НА ЗАДЊИМ ТОЧКОВИМА



ПОГОН ВОЗИЛА НА ПРЕДЊИМ ТОЧКОВИМА



ПОГОН НА СВИМ ТОЧКОВИМА



Максимални успон

а) Погон на предњим точковима

$R_v \approx 0 \qquad R_i = 0$

$F_{o1} = R_\alpha + R_f$

$\varphi \cdot Z_1 = R_\alpha + R_f$

$\varphi \cdot Z_1 = G \cdot f \cdot \cos\alpha + G \cdot \sin\alpha$

$$\varphi \cdot G \cdot \frac{b + h_t \cdot f}{l + \varphi \cdot h_t} \cdot \cos\alpha = G \cdot f \cdot \cos\alpha + G\sin\alpha$$

$$G \cdot \left(\varphi \cdot \frac{b + h_t \cdot f}{l + \varphi \cdot h_t} - f\right) \cdot \cos\alpha = G\sin\alpha \quad /: G \cdot \cos\alpha$$

$$\varphi \cdot \frac{b + h_t \cdot f}{l + \varphi \cdot h_t} - f = tg\alpha$$

$$tg\alpha = \frac{\varphi \cdot b + \cancel{\varphi \cdot h_t \cdot f} - f \cdot l - \cancel{f \cdot h_t \cdot \varphi}}{l + \varphi \cdot h_t}$$

$$\boxed{tg\alpha = \frac{\varphi \cdot b - f \cdot l}{l + \varphi \cdot h_t}}$$

б) Погон на задњим точковима

$F_{o2} = R_\alpha + R_f$

$\varphi \cdot Z_2 = G \cdot \sin\alpha + G \cdot f \cdot \cos\alpha$

$$\varphi \cdot G \cdot \frac{a - h_t f}{l - h_t \varphi} \cdot \cos\alpha = G \cdot \sin\alpha + G f \cdot \cos\alpha$$

$$\left(\varphi \cdot \frac{a - h_t \cdot f}{l - \varphi \cdot h_t} - f\right) \cdot \cos\alpha \cdot G = \sin\alpha G \quad /: \cos\alpha$$

$$\frac{\varphi \cdot a - \cancel{\varphi \cdot h_t f} - f l + \varphi \cdot h_t \cdot f}{l - \varphi \cdot h_t} = tg\alpha$$

$$tg\alpha = \frac{\varphi \cdot a - f \cdot l}{l - \varphi \cdot h_t}$$

c) погон на свим точковима

$F_0 = R_f + R_f$

$1 : \cos\alpha \, G$

Cosh $G \cdot \varphi = f\, G \cdot \cos\alpha \cdot G \sin\alpha$

$\cdot\, \varphi - f = tg\alpha$

Возило масе 1740 kg има следеће специфичне димензије:

$a = 1{,}3m \qquad l = 2{,}7m$

$b = 1{,}4m \qquad h_t = 0{,}58m$

Уколико се возило креће по квалитетном асфалтном коловозу коефицијента отпора котрљању од 0,02 и коефицијента приањања од 0,85 одредити максимални успон које возило може да савлада у случају:

а) погону на предње точкове

б) погону на задње точкове

ц) погону на сва четири точка

а)

$$tg\alpha = \frac{\varphi \cdot b - f \cdot l}{l + \varphi \cdot h_t}$$

$$tg\alpha = \frac{0{,}85 \cdot 1{,}4 - 0{,}02 \cdot 2{,}7}{2{,}7 + 0{,}85 \cdot 0{,}58}$$

$$tg\alpha = 0{,}3558 \qquad \alpha = 19{,}59^\circ$$

б)

$$tg\alpha = \frac{\varphi \cdot a - f \cdot l}{l - \varphi \cdot h_t}$$

$$tg\alpha = \frac{0{,}85 \cdot 1{,}3 - 0{,}02 \cdot 2{,}7}{2{,}7 - 0{,}85 \cdot 0{,}58}$$

$$tg\alpha = 0{,}4762$$

$$\alpha = 25{,}46^\circ$$

c)

$tg\alpha = \varphi - f$

$tg\alpha = 0{,}85 - 0{,}02$

$tg\alpha = 0{,}83$

$arctg = 0{,}83$

$\alpha = 39{,}69^\circ$